

Országos Tudományos Diákköri Konferencia, 1995

Nemdinamikai Sztochasztikus Rezonancia:

Modellezés különféle színű zajokkal

Lőrincz Károly, V. fizikus
JATE, Kísérleti Fizika Tanszék
Témavezető: Dr. Gingl Zoltán
Szeged, 1995

Az utóbbi évtizedek fizika irodalmában a sztochasztikus rezonancia effektusa az egyik legérdekesebb témáját képezte a zajos-nemlineáris-dinamikai rendszereknek. A sztochasztikus rendszerek bemenetei lehetnek Gauss eloszlású zaj és adott frekvenciájú szinusz jel, tehát ez a rendszer véletlenszerű és periodikus gerjesztését jelenti. A bemenő zajnak létezik egy optimális erőssége, amely értéknél a rendszer kimenő jel/zaj viszonya éppen az adott jel frekvenciájánál maximális értékű. Ezt az effektust nevezzük sztochasztikus rezonanciának. Ez nagyon érdekes és néha paradox jelenség, ennek ellenére ez mutatja azt, hogy ezeknek a rendszereknek a létezéséhez határozott mennyiségű határozatlan gerjesztés szükséges az optimális válasz fennállásához.

A sztochasztikus rezonancia elve széles körben alkalmazást nyer a természet biológiai rendszereiben a neuron jelek optimális átvitelében.

Az elmúlt évig az volt az általános nézet hogy a sztochasztikus rezonancia jelensége csak a dinamikai rendszerekben fordul elő. Nemrég azonban javasoltak egy szintmetszési folyamaton alapuló módszert, amely szintén mutatja a sztochasztikus rezonancia jelenségét.

A dolgozatban leírok egy nagyon egyszerű rendszert amelyik sztochasztikus rezonanciát mutat. Számításokat és numerikus modellezést végeztem a felharmonikusokra. A bemutatott új rendszernek egyedülálló tulajdonságai vannak melyek a nemdinamikai jellegéből származnak. Mivel a rendszer hasonló néhány egyszerű neuron modellhez az új eredményeknek nemcsak fizikai hanem biológiai jelentősége is van.

A tárgyalt rendszer előnyei, hogy nagyon egyszerű, sztochasztikus rezonanciát mutat és nem dinamikai, ezért a sztochasztikus rendszerek alapvető megértésében segít.

Országos Tudományos Diákköri Konferencia

Nemdinamikai Sztochasztikus Rezonancia

Írta:

Lőrincz Károly

V. éves fizikus hallgató

JATE

Kísérleti Fizika Tanszék

Témavezető:

Dr. Gingl Zoltán

Szeged

1995

Tartalom

1. Bevezetés	1
2. A modell általános leírása	3
3. Az elmélet tárgyalása	5
3.1. Az elmélet alapjai	5
3.2. Új elméleti eredmények	8
4. Numerikus modellezés	10
4.1 A zajtípusok és jellemzőik	10
4.2 Modellezési eredmények	14
5. Az eredmények diszkussziója	18
Irodalom	19
Függelék	

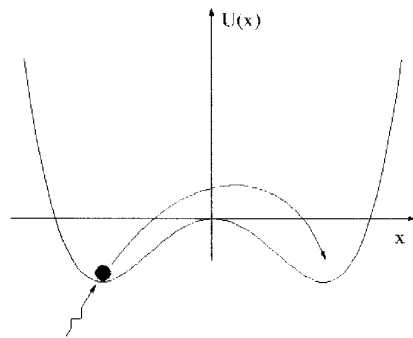
1. Bevezetés

Az utóbbi évtizedek fizika irodalmában a sztochasztikus rezonancia effektusa az egyik legérdekesebb témáját képezte a zajos-nemlineáris-dinamikai rendszereknek. A sztochasztikus rendszerek [1] bemenetei lehetnek Gauss eloszlású zaj és adott frekvenciájú szinusz jel, tehát ez a rendszer véletlenszerű és periodikus gerjesztését jelenti. A bemenő zajnak létezik egy optimális erőssége, amely értéknél a rendszer kimenő jel/zaj viszonya éppen az adott jel frekvenciájánál maximális értékű. Ezt az effektust nevezzük sztochasztikus rezonanciának. Ez nagyon érdekes és néha paradox jelenség, ennek ellenére ez mutatja azt, hogy ezeknek a rendszereknek határozott mennyiségű véletlenszerű gerjesztés szükséges az optimális válasz fennállásához. A zaj segíthet a jel/zaj viszony növelésében. A sztochasztikus rezonancia előfordul fizikai és biológiai rendszerekben [2,3,4], a neuron jelek optimális átvitelében.

Az érdeklődés az időben modulált, sztochasztikus, nemlineáris rendszerek után, különösen megnőtt az utóbbi években. Az olyan rendszerek állnak az érdeklődés középpontjában amelyek a dinamikai bifurkációk természetének tanulmányozására irányulnak[6]. A sztochasztikus rezonancia valamiféle specializált példa annak az eredménynek az igazolására, amit a kombinált periodikus és sztochasztikus hatásra érzékeny multistabil, nemlineáris rendszereknél tapasztalunk. A történelem során számos példa volt a modern alkalmazások széles területéről. Ilyenek a lézeres alkalmazások, a szupravezetős kvantum interferenciás eszköz (SQUID), amellyel detektálni lehet a zajos mágneses mezőket, a zajos digitális információ feldolgozás, és a zaj indukált információ áramlás az érzékelő neuronokban az élő szervezeteknél.

A sztochasztikus rezonanciára mint fizikai jelenségre egydimenziós esetben nagyon egyszerű példát mondhatunk [7]. Vegyünk egy részecskét amely egy kettős potenciálgödörben mozog egy véletlen erő hatására (1.ábra). A rendszer egy hőtartállyal lehet kapcsolatban, és ebben az esetben a véletlen erőt egyszerűen a termális fluktuáció okozza. Ez az egyszerű rendszer kiinduló pontját képezi sok molekula-dinamikai modellnek és nagyon sok más változatos fizikai alkalmazásnak [8,9].

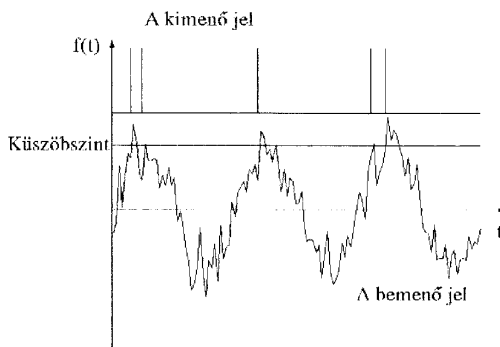
Mindemellett feltesszük, hogy a rendszert egy külső gyenge periodikus jellel gerjesztjük. Ez a gerjesztés egymagában nem elegendő ahhoz hogy a részecske átkerüljön az egyik gödörből a másikba a közöttük levő potenciál falon.



1. ábra; A klasszikus modell

rendszerként viselkedik, de ha feltesszük hogy zaj előfordul, márpedig az mindig van, akkor mindig lesz nullánál nagyobb valószínűséggel olyan esemény, amely kibillenti a részecskét a periodikus mozgásából, és egy időn belül át fog kerülni a potenciálfal másik oldalára.

Az elmúlt évig az volt az általános nézet, hogy a sztochasztikus rezonancia jelensége csak a dinamikai rendszerekben fordul elő. Először '93 végétől javasoltak nemdinamikai rendszereket [5]. Nemrég azonban javasoltak egy szintmetszési folyamaton alapuló nemdinamikai módszert [10,11], amely szintén mutatja a sztochasztikus rezonancia jelenségét. Ha egy zajos jel a küszöbszintet alulról felfelé meghaladja, akkor egységugrás jelenik meg a kimeneten (2. ábra). A dolgozatban is egy ilyen új, nagyon



2. ábra; Egy szintmetszési jel

nemcsak fizikai hanem biológiai jelentősége is van.

A tárgyalt rendszer előnyei, hogy nagyon egyszerű, sztochasztikus rezonanciát mutat és nem dinamikai, ezért a sztochasztikus rendszerek alapvető megértésében segít.

Mégis, bizonyos esetekben azt tapasztaljuk, hogy ilyen előfordul. Ezt azzal magyarázhatjuk hogy a periodikus gerjesztés mellett jelenlévő véletlen fluktuációk együttes hatására elegendően nagy energiára tehet szert a részecske ahhoz, hogy át tudjon jutni a potenciál falon. Tehát, amikor a részecskét kis amplitúdójú rezgéssel gerjesztjük, akkor kötött

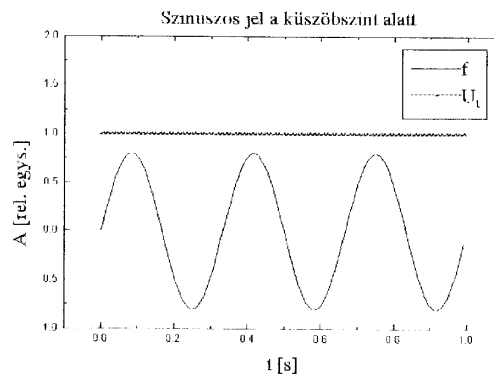
egyszerű és alapvető rendszert írok le, amelynél a gyenge gerjesztésen kívül véletlen esemény is jelen van, és ennek hatására különös viselkedést, sztochasztikus rezonanciát mutat. A bemutatott új rendszernek egyedülálló tulajdonságai vannak melyek a nemdinamikai jellegéből származnak. Mivel a rendszer hasonló néhány egyszerű neuron modellhez az új eredményeknek

2. A modell általános leírása

A bevezetőben említett egyszerű modell leírására kerül itt sor. A modellel kapcsolatban megemlítem, hogy aligha lehet ennél egyszerűbbet felállítani, hiszen csak egy küszöbszintre és a jelhez kevert zajra van szükség, mégis nagyon jól mutatja a szintmetszésen alapuló nemdinamikai sztochasztikus rezonancia effektusát.

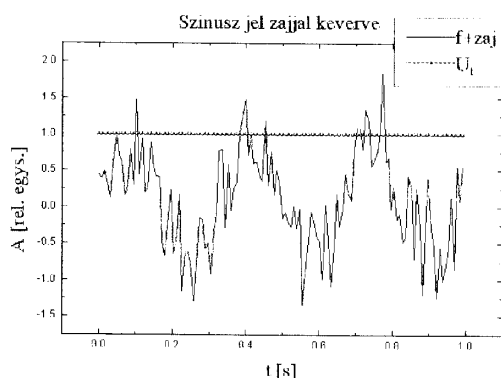
Tehát ezek alapján választottam egy tetszőleges küszöbszintnél kisebb amplitúdójú szinusz hullámot, úgy ahogy azt az *1.ábra* mutatja. Ebben az esetben a jel nem metszi sehol a küszöbszintet, mindvégig alatta marad.

Következő lépésként ehhez a küszöbszint alatt elhelyezkedő jelhez hozzákeverünk meghatározott típusú zaj fajtát. Ahogyan az majd az elmélet leírásánál is látható lesz az elméleti görbék meghatározásához a zajok eloszlás típusát ki kell használni. Mint ahogy az a *2.ábrán* látható, a jel "zajosná" vált. A zaj amplitúdó változtatásával elérhető, hogy a küszöbszintet átlépje a zajos jel.



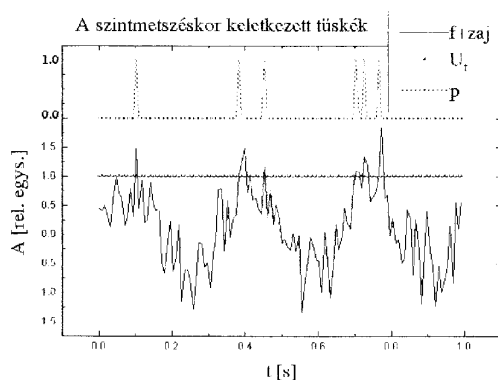
1.ábra

Amikor még kicsi a zaj szórása akkor ritkán fordul elő olyan eset amikor a jel és a zajszint összege meghaladja a küszöbszintet. Ezért nagy lesz a bizonytalansága, és kicsike az értéke a kimenő jel amplitúdó négyzetének. Növelve a zaj szórását egyre gyakrabban fordulnak elő



2.ábra

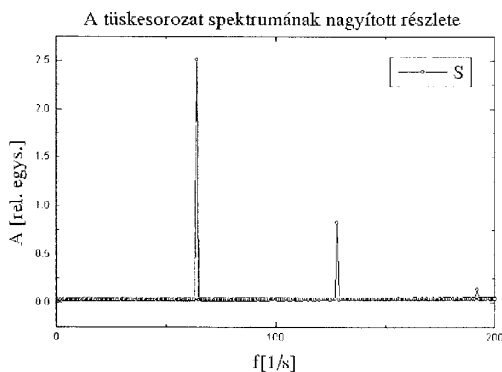
szintmetszési esetek. Minden egyes szintmetszéskor, amikor a jel és a zaj összege alulról metszi át a küszöbszintet válaszként egy éles ugrást detektálunk, mint ahogy az a *3.ábrán* is látható.



3. ábra

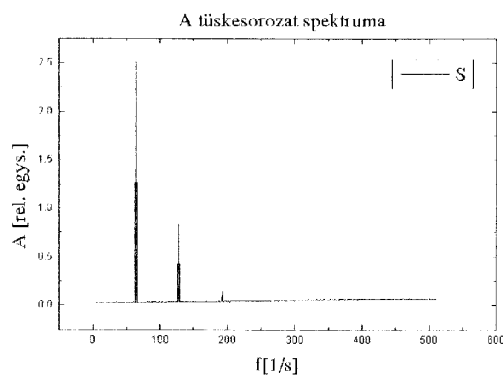
Az előzőek szerint kapott tüskesorozat Fourier transzformáltjának segítségével kapjuk a 4. ábrán látható spektrumot. A spektrum hordozni fogja a jel frekvenciájáról szóló információt, és ezen a helyen megfelelő zaj amplitúdó esetén nagy értéket kapunk. A zaj amplitúdóját egy tartományon keresztül változtatjuk és keressük a maximális értéket. A sztochasztikus rezonanciát ennél az értéknél figyelhetjük meg. Természetesen a felharmonikusok is megjelennek.

Ennek a dolgozatnak külön érdekessége a második felharmonikus általam elvégzett vizsgálata, amely eddig nem tapasztalt érdekes két maximummal rendelkező rezonanciát mutat.



5. ábra

Ez a modell antiszimetrikusnak mondható mert csak egy küszöbszinttel rendelkezik és további egyszerűségét mutatja, hogy szintmetszéskor nem négyszögjelet kapunk hanem elegendő egy egységugrással detektálni az eseményt.



4. ábra

A mellékelt 5. ábrán a spektrum egy kinagyított részletét tanulmányozhatjuk. Látszik hogy valóban nagyon éles csúcsok találhatóak az általam vizsgált frekvenciánál illetve a felharmonikusok is igen dominánsan jelen vannak a háttérzaj fölé emelkedve.

3. Az elmélet tárgyalása

3.1. Az elmélet alapjai

A következőkben a szintmetszésen alapuló nemdinamikai sztochasztikus rezonancia elméletét fogom ismertetni.

Induljunk ki először is abból, hogy frekvencia moduláció nélkül, elegendően rövid pulzusok esetén, a folyamatot jellemző feszültség U_{av} arányos az átlagos pulzus ismétlődési számmal, ν -vel [11,12]. Tehát:

$$U_{av} = \langle u(t) \rangle_t = \nu \cdot A \cdot \tau_0 \quad (1)$$

ahol: A a pulzus amplitúdója

τ_0 a pulzus időtartama

A ν kicsi és lassú modulációja esetén időátlagban lineáris modulációt jelent az U_{av}^* -ra nézve, akkor ha rövid ideig mérjük (sokkal rövidebb ideig mint a moduláció frekvenciája), tehát:

$$U_{av}^*(t) = \nu(t) \cdot A \cdot \tau_0 \quad (2)$$

szinuszos moduláció esetén a Fourier spektrumban megjelenik ennek a komponense, és független a moduláció frekvenciájától abban az esetben, ha teljesül az $f_0 \ll \nu(t)$. Ez a feltétel még a hatékony modulált jel átviteléhez is fontos.

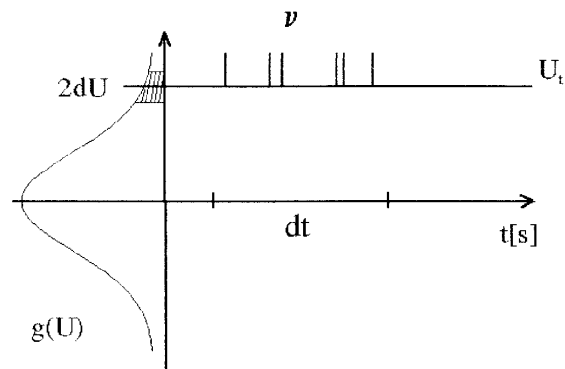
Frekvencia moduláció nélkül a spektrum a következő:

$$S_{no}(f) = \nu \cdot A^2 \cdot \tau_0^2 \quad (3)$$

A következőkben Gauss eloszlású zajt tételezzünk fel. Az U_t küszöbszint környezetében, valamint a szintet metsző pulzusok számát figyelve az idő függvényében, felírhatjuk a következő egyenlőséget:

$$2 \cdot g(U_t) dU = \nu(U_t) d\lambda$$

ahol: $g(U_t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{U_t^2}{2\sigma^2}\right]$ a zaj amplitúdó kifejezése. (1.ábra)



1. ábra

Behelyettesítéssel és figyelembe véve hogy a $\frac{\partial U}{\partial t}$ helyébe a

$\left[\int_0^{\infty} f^2 S(f) df \right]^{1/2}$ írható kapjuk a következőt:

$$v(t) = \frac{1}{\sigma} \cdot \exp \left\{ -\frac{[U_t - B \cdot \sin(\omega \cdot t)]^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} \cdot \sqrt{\int_0^{\infty} f^2 \cdot S(f) \cdot df} \quad (4)$$

ahol $x(t) = B \cdot \sin(\omega \cdot t)$ jelenti a modulációt.

A modulációt kicsinek feltételezve a $v(t)$ -t Taylor sorba fejthetjük és kapjuk a különböző rendű közelítéseket. A további felhasználás céljából álljanak itt a következő összefüggések:

$$P_s = |U_{av}^*(t)|^2 \quad (5)$$

$$v_0 = \frac{1}{\sigma} \cdot \sqrt{\int_0^{\infty} f^2 \cdot S(f) \cdot df} \quad (6)$$

$$v(x) = v_0 \cdot \exp \left\{ -\frac{[U_t - x]^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} \quad (7)$$

valamint a Taylor sor és a Fourier transzformáció ismert alakjai:

$$T_n v(x)|_{x=x'} = \sum_{m=0}^n \frac{v^{(m)}(x')}{m!} \cdot (x - x')^m \quad (8)$$

$$F\left\{T_n v(x)|_{x=x'}\right\}\Big|_{\omega=\omega'} = \frac{\omega}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi/\omega} T_n v(x)|_{x=x'} \cdot e^{-i\omega't} \cdot dt \quad (9)$$

továbbá ezek felhasználásával nyert:

$$\overline{P_s}\Big|_{\omega=\omega'}^{x=x'} = \left| A \cdot \tau_0 \cdot F\left\{T_n v(x)|_{x=x'}\right\}\Big|_{\omega=\omega'} \right|^2 \quad (10)$$

$$S_{no} = v(x)|_{x=0} \cdot A^2 \cdot \tau_0^2 = v_0 \cdot A^2 \cdot \tau_0^2 \cdot \exp\left\{-\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2}\right\} \quad (11)$$

$$SNR\Big|_{\omega=\omega'}^{x=x'} = \frac{\overline{P_s}\Big|_{\omega=\omega'}^{x=x'}}{S_{no}} = \frac{1}{v_0 \cdot A^2 \cdot \tau_0^2} \cdot \overline{P_s}\Big|_{\omega=\omega'}^{x=x'} \cdot \exp\left\{\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2}\right\} \quad (12)$$

ahol a jelöléseknek a következő jelentésük van:

P_s : a kimenőjel amplitúdó négyzete

$U_{av}^*(t)$: a kimenőjel feszültségének időátlaga

$v(t)$: a pulzusok frekvenciája

A : a pulzus amplitúdója

τ_0 : a pulzus időtartama

σ : a zaj szórása

U_t : a küszöbszint feszültség nagysága

B : a jel amplitúdója

ω : a jel körfrekvenciája

t : az idő

f : a spektrum frekvenciája

$S(f)$: a zaj teljesítmény-sűrűség spektruma

S_{no} : a frekvencia-moduláció nélküli spektrum

SNR : a jel/zaj viszony

Ezeknek az ismereteknek a felhasználásával kapjuk a következő közelítő formulákat, amit majd egyébként a modellezéssel kapott eredményekre fogunk illeszteni.

A sorfejtést első rendig elvégezve kapjuk:

$$\begin{aligned} T_1 v(x)|_{x=0} &= v_0 \left[1 + \frac{U_t \cdot x}{\sigma^2} \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} = \\ &= v_0 \cdot \left[1 + \frac{U_t \cdot B}{\sigma^2} \cdot \sin(\omega \cdot t) \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

A kimenőjel amplitúdó négyzetére az ω_0 -nál, kapjuk a következőt:

$$\frac{1}{P_s} \int_{\omega=\omega_0}^{x=0} = \left(\frac{v_0 \cdot A \cdot \tau_0 \cdot U_t \cdot B}{\sigma^2} \right)^2 \cdot \exp \left\{ -\left(\frac{U_t}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (14)$$

Tehát elméleti összefüggést kaptunk az alapharmonikusnál a kimenő jel teljesítményére és a (12) összefüggés felhasználásával a jel/zaj viszonyra. A függvény vizsgálatával megállapíthatjuk, hogy egy bizonyos zaj amplitúdó értéknél maximummal rendelkeznek, ezt a helyet nevezzük a zaj optimális értékének.

3.2. Új elméleti eredmények

Ha a sorfejtésben magasabb rendig elmegyek, akkor egyrészt pontosabb összefüggésekhez jutok, másrészt pedig ami ebben az esetben a céloim volt, meg tudom vizsgálni a felharmonikusoknál a kimenő teljesítmény, valamint a jel/zaj viszony alakulását.

A sorfejtést második rendig elvégezve kapom:

$$\begin{aligned} T_2 v(x)|_{x=0} &= v_0 \left[1 + \frac{U_t \cdot x}{\sigma^2} - \frac{(\sigma^2 - U_t^2) \cdot x^2}{2 \cdot \sigma^4} \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} = \\ &= v_0 \cdot \left[1 + \frac{U_t \cdot B}{\sigma^2} \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{(\sigma^2 - U_t^2) \cdot B^2}{2 \cdot \sigma^4} \cdot \sin^2(\omega \cdot t) \right] \cdot \exp \left\{ -\frac{U_t^2}{2 \cdot \sigma^2} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

A kimenőjel amplitúdó négyzetére az ω_0 -nál, kapom a következőt:

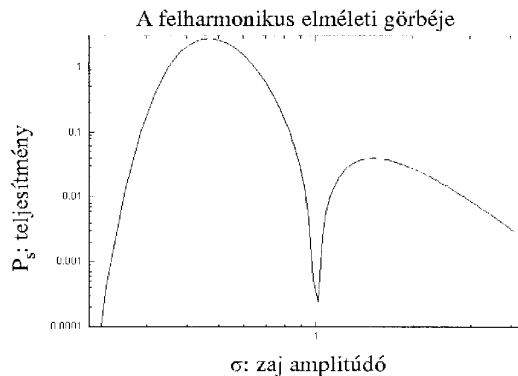
$$\left. \frac{2}{P_s} \right|_{\omega=\omega_0}^{x=0} = \left(\frac{V_0 \cdot A \cdot \tau_0 \cdot U_i \cdot B}{\sigma^2} \right)^2 \cdot \exp \left\{ -\left(\frac{U_i}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (16)$$

Ez az eredmény teljes mértékben megegyezik az első rendig elvégzett sorfejtésből adódó (14)-es képlettel.

A kimenőjel amplitúdó négyzetére az $2\omega_0$ -nál, vagyis az első felharmonikusnál kapom a következő eredményt:

$$\left. \frac{2}{P_s} \right|_{\omega=2\omega_0}^{x=0} = \left(\frac{V_0 \cdot A \cdot \tau_0 \cdot (\sigma^2 - U_i^2) \cdot B^2}{4 \cdot \sigma^4} \right)^2 \cdot \exp \left\{ -\left(\frac{U_i}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (17)$$

Tehát ezzel új elméleti összefüggést kaptam a második harmonikus frekvenciájánál a kimenő jel teljesítményére. Ezt a függvényt megvizsgálva láthatjuk hogy két lokális maximummal rendelkezik. Sikerült kimutatnom egy új jelenséget, nevezetesen két maximummal rendelkező rezonanciát. A két maximum között majdnem két nagyságrend különbség van. Ezt láthatjuk a 2.ábrán log-log tengelyekkel ábrázolva. További érdekességként felhívom a figyelmet a két maximum között elhelyezkedő éles minimumra. Ebből az látszik, hogy amikor a zaj amplitúdó a küszöbszint nagyságát eléri a rendszer ezen a frekvencián nem ad jelet.



2.ábra

4. Numerikus modellezés

Ebben a fejezetben a szintmetszésen alapuló nemdinamikai sztochasztikus rezonanciát mutató modellre vonatkozó numerikus eredmények feldolgozását fogom közölni. Először néhány zajtípust és jellemzőit mutatom be, utána pedig rátérek a modellezési eredmények ismertetésére.

4.1. A zajtípusok és jellemzőik

A következő néhány oldalon a felhasznált zajtípusokat mutatom be. Láthatjuk őket, - sok átlagból számítva (10^6 db) - időskálán, sűrűségfüggvényüket, valamint spektrumaikat. Az előállításukat illetően [13] álljanak itt a következő tömör eljárások:

- Egyenletes eloszlás generálása (additív számgenerátor):

$$X_n = (X_{n-24} + X_{n-55}) \bmod m, \quad n \geq 55$$

- Normális eloszlású számok előállítása (hányados módszer)

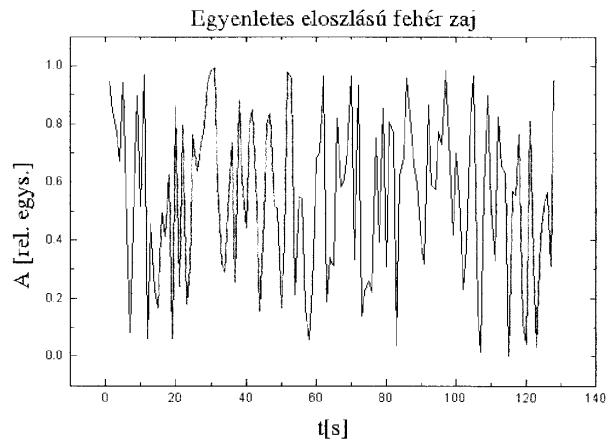
$$0 < u \leq 1, \quad -2u\sqrt{\ln(1/u)} \leq v \leq 2u\sqrt{\ln(1/u)}$$

$$X \leftarrow m + \sigma \cdot \frac{u}{v}$$

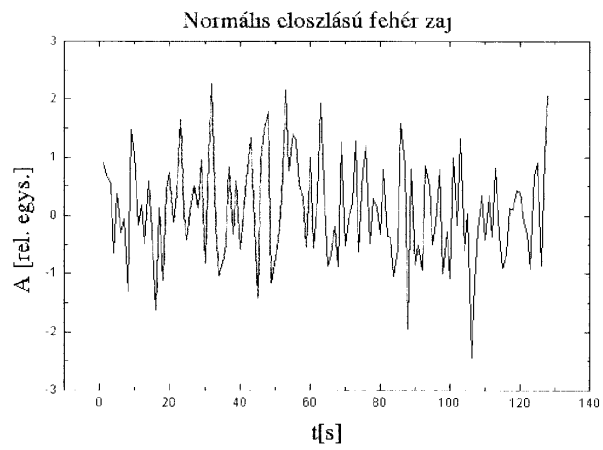
- Lorentz típusú véletlen számok

$$X_n = c \cdot X_{n-1} + rnd \quad 0 \leq c \leq 1$$

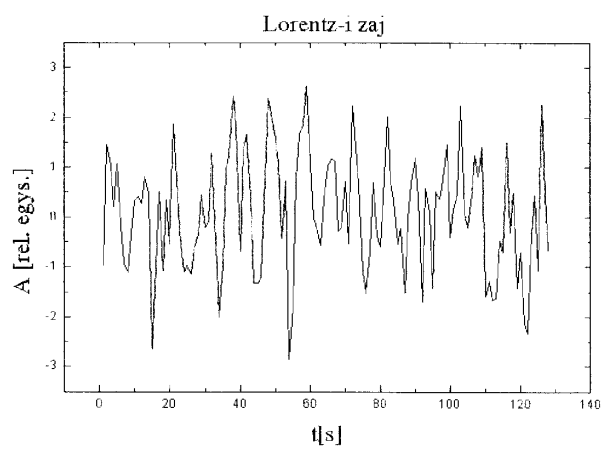
Ezek az eljárások megfelelően hosszú periódussal rendelkeznek, és a gépi számítási sebesség szempontjából is megfelelőek.



1/a.ábra

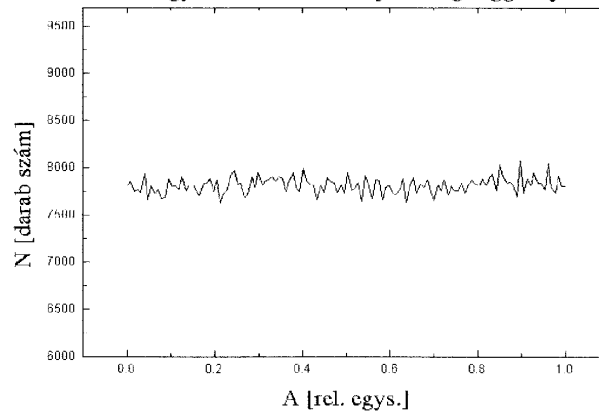


1/b.ábra



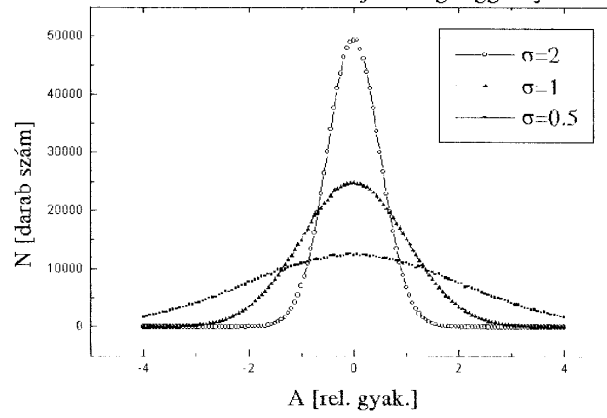
1/c.ábra

Az egyenletes eloszlású zaj sűrűség függvénye



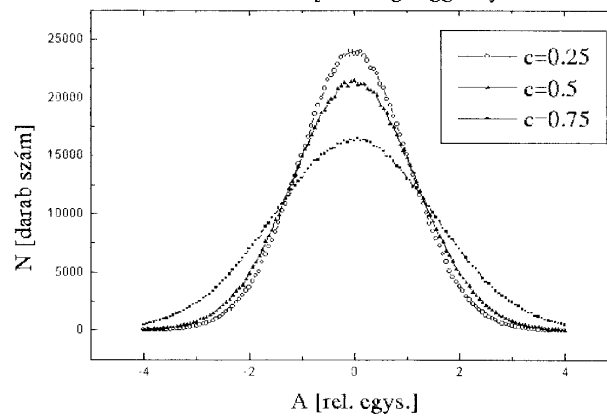
2/a.ábra

A normális eloszlású zaj sűrűség függvénye

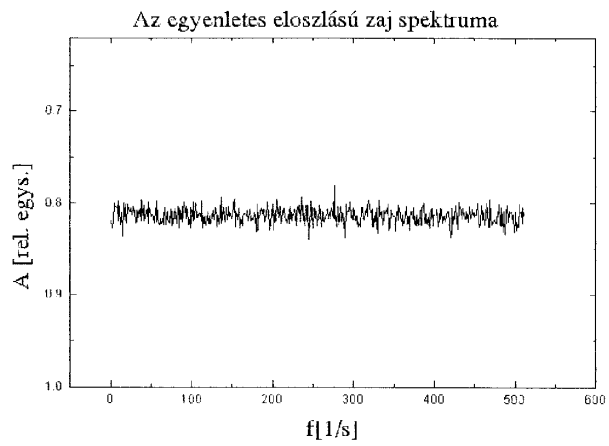


2/b.ábra

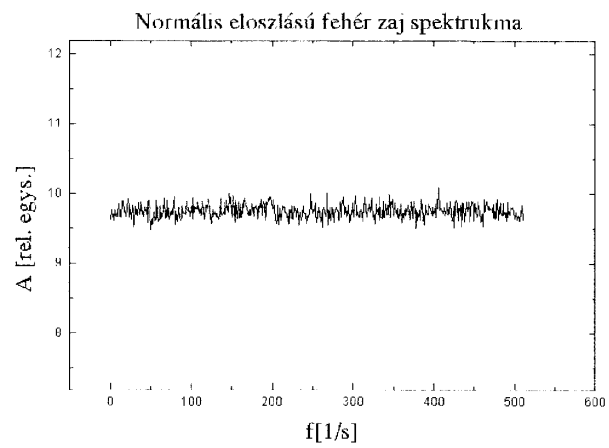
A Lorentz-i zaj sűrűség függvénye



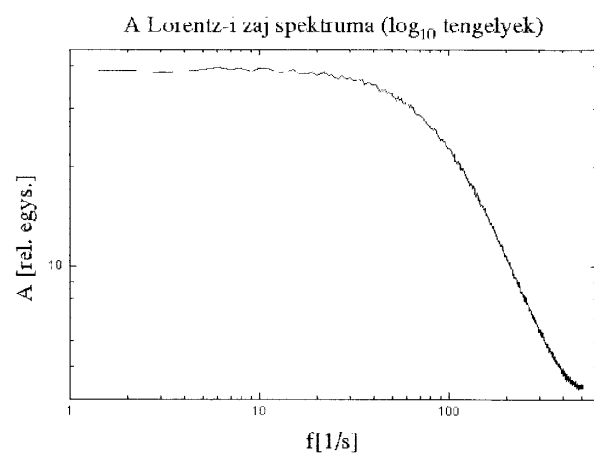
2/c.ábra



3/a.ábra



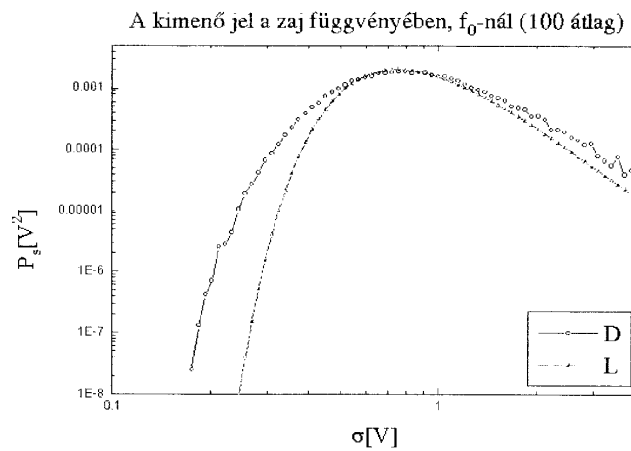
3/b.ábra



3/c.ábra

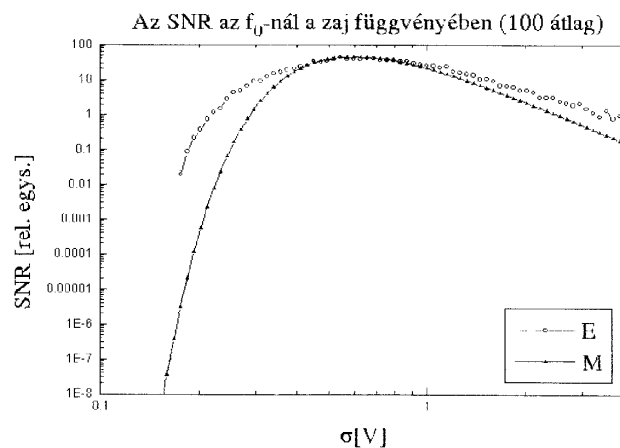
4.2 Modellezési eredmények

A számítógépes modellezésben használt szinusz jel amplitúdóját $B=0.5$ -nek választottam. Ez az érték elég nagy mondható a küszöbszint $U=1$ értékéhez képest. A modellezésből nyert adatokra illesztett elméleti (14)-es képlettel leírt görbétől eltérés mutatkozik. Az eltérést a kis zaj amplitúdók környékén a szinuszos jel relatív nagysága idézi elő. Ha a jel nagyságot csökkentem akkor jobb eredményt kapok de ebben az esetben sokkal több átlagolásra lenne szükség, mivel ritkábban fordul elő szintmetszés. A zaj amplitúdó nagyobb értékeinél pedig az eltérés a nagy zaj jelek miatt fellépő szórásnak tulajdonítható. Ezt az eltérést is az átlagolás nagyobb értékével lehetne csökkenteni. (1/a.ábra)



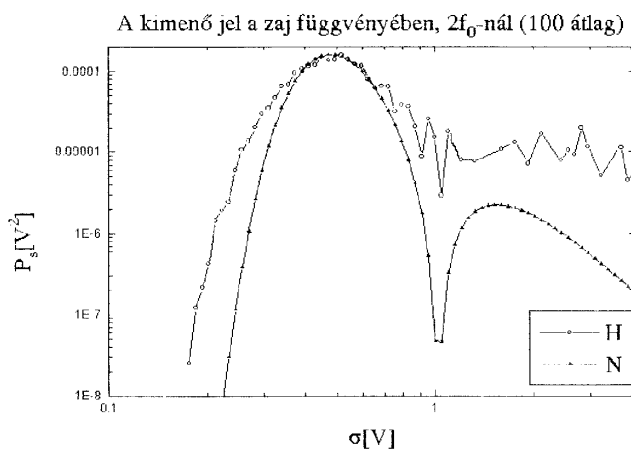
1/a.ábra

A jel/zaj viszonyra is az előbb elmondottak érvényesek. Kiszámítása a (12)-es összefüggés alapján történik. A magasabb rendű sorfejtési tagokat is figyelembe véve az elméleti görbe jobb illeszkedést mutat. (1/b.ábra)



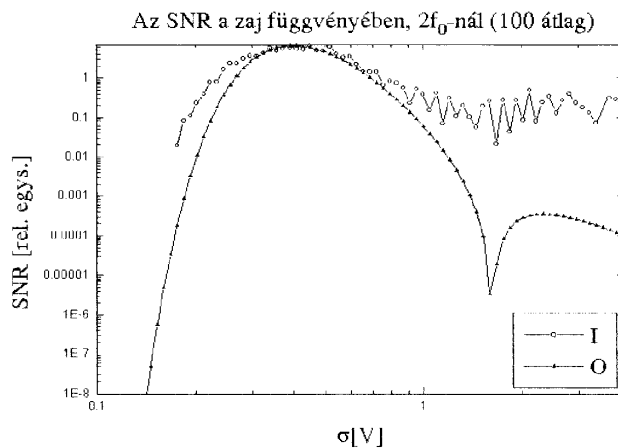
1/b.ábra

A dolgozat új eredményének tekinthető általam kiszámolt második felharmonikusról elmondhatjuk, hogy bizonyos fokú egyezés fellelhető az elméleti eredményekkel. Azonban itt is javulás várható abban az esetben ha a szinusz jel amplitúdóját csökkentjük illetve az átlagolások számát növeljük. Ebben az esetben a nagyobb zajamplitúdók környékén is jobb illeszkedésre számíthatunk. (2/a.ábra)



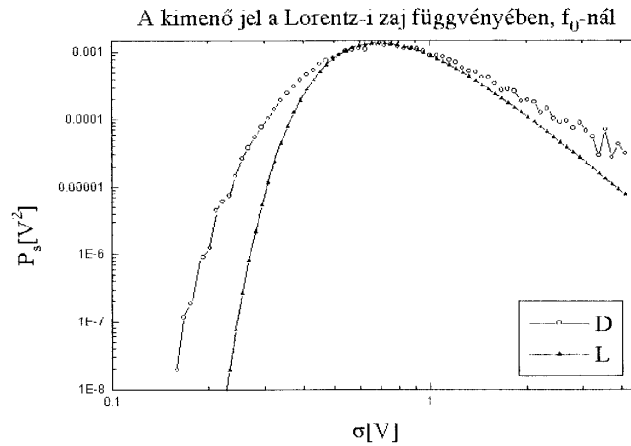
2/a.ábra

A jel/ zaj viszony esetében is ha magasabb rendű tagokat figyelembe vesszük akkor láthatjuk, hogy az elméleti görbe jobban közelíti a modellezésből származó eredményeket. Az átlagolások számának növelésével sajnos drasztikusan megnő a gépi futás idő, márpedig csak ettől várható javulás ami az illeszkedést illeti. (2/b.ábra)

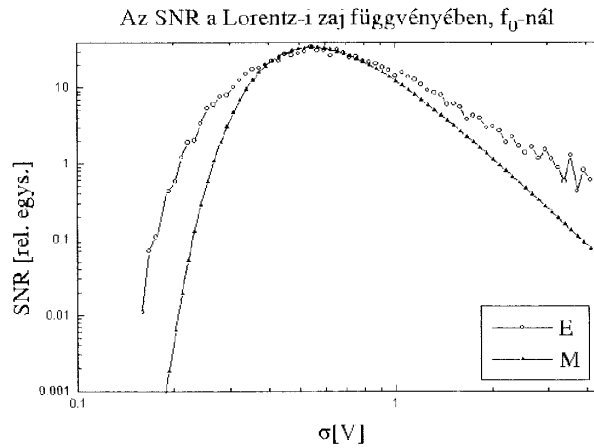


2/b.ábra

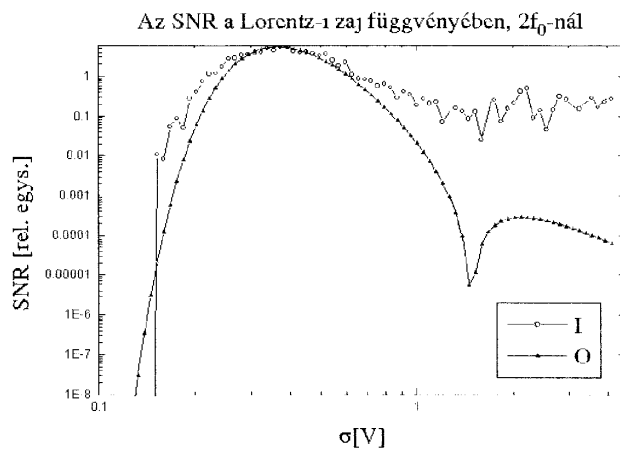
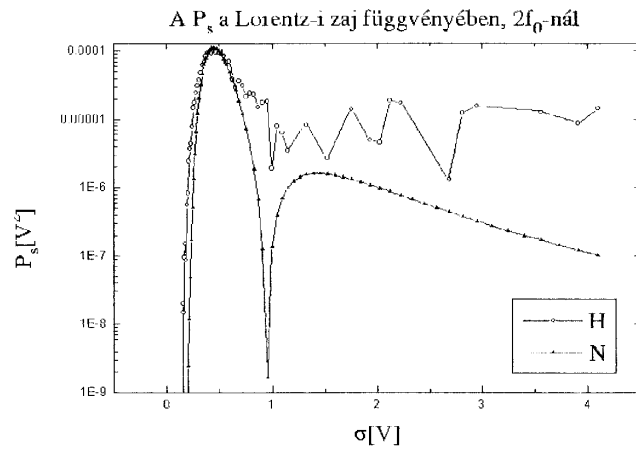
Az előző esetekben normális eloszlású fehér zajjal kísérleteztünk. Nézzük most meg a normális eloszlású Lorentz-i zajok esetén mi történik. Mint az látható (3/a.ábra) nem következett be lényeges javulás. Megállapíthatjuk hogy a zaj színe nemigen befolyásolja az illeszkedést.



A jel/zaj viszony vizsgálatából is kiderül, hogy kisebb jel amplitúdóra és nagyobb átlagolási számra van szükség.



A dolgozatomban egyik legérdekesebb eredményeként adódó kettős-maximummal rendelkező rezonancia görbék. Sajnos nagy zaj amplitúdók esetén a szórás olyan nagy mértékű hogy az elméleti görbére alig illeszkedik. Mivel a szórás a minta elemek négyzetgyökével fordítottan arányos ezért reménytelenül sok mintát kellene összeátlagolni ahhoz, hogy lényeges javulást tapasztaljunk. (4/a.ábra)



5. Az eredmények diszkussziója

A dolgozatban ismertettem egy újonnan felfedezett, nemdinamikai, szintmetszésen alapuló sztochasztikus rezonancia modellt és az elméletet, valamint numerikus modellezést végeztem a témával kapcsolatban.

A célom az volt, hogy vizsgáljam a szintmetszésen alapuló sztochasztikus rezonancia jelenségét. A cél elérése érdekében egy igen egyszerű modellt választottam, ami viszont nagyon jól mutatja a jelenséget.

A modell szépen igazolja az elméleti, mind pedig a helyi laboratóriumban analóg-digitális eszközökkel elvégzett kísérleteket, különösen ami a kisebb amplitúdójú zajok környékén látható.

Az újdonságnak számító eredményeim a szintmetszésen alapuló sztochasztikus rezonancia első felharmonikus vizsgálatánál adódtak. Analitikus formulát találtam a kimenő jel amplitúdó négyzetére és jel/zaj viszonyára. Igen fontos és érdekes eredmények a két maximummal rendelkező görbék, amire még eddig senki sem figyelt fel.

Numerikus modellezéseket végeztem a rendszer működésének vizsgálatára. A programot C programnyelven írtam, Turbo C 2.0 fejlesztői környezetben. Eredményeim összhangban vannak az elméleti, és a kísérleti eredményekkel. Ezenkívül elvégeztem az első felharmonikus vizsgálatát, megfigyeltem hogy az illeszkedés Lorentz-i típusú zajok esetén jobb.

A jövőben a szintmetszésen alapuló nemdinamikai sztochasztikus rezonancia jelenségével további terveim vannak:

- modellezés kiterjesztése, pontosítás több minta kiszámításával és többféle zaj kipróbálásával, például a különösen gyakori $1/f$ zaj esetére.
- az első felharmonikusra vonatkozó eredményeim alapján tervezem a dinamikus sztochasztikus rendszerekben is a felharmonikusoknak a kimenő jel és jel/zaj analitikus és numerikus modell alapján történő vizsgálatát.

Irodalom

1. Noise in Systems Showing Stochastic Resonance
László B. Kiss, Zoltán Gingl, Zsuzsanna Márton, János Kertész, Frank Moss,
Gabor Schmera, and Adi Bulsara
Journal of Statistical Physics, Vol. 70, Nos. 1/2, 1993
2. F. Moss, in "An Introduction to Some Contemporary Problems in Statistical
Physics", ed. G. Weiss (SIAM, Philadelphia 1994)
3. Douglass, L. Wilkens, E. Pantazelou and F. Moss,
Nature **365** (1993) 337-340
4. Bulsara, E. Jacobs, T. Zhou, F. Moss and L. B. Kiss,
J. Theor. Biol. **152** (1991) 531
5. (a) K. Wiesenfeld, D. Pierson, E. Pantazelou, C. Dames and F. Moss,
"Stochastic Resonance on a Circle", *Phys. Rev. Lett.*, in press
(b) P. Jung, *Phys. Rev. E*, to be published
(c) A. R. Bulsara, S. B. Lowen and C. D. Rees, *Phys. Rev. E*, to be published
6. K. Habiger, H. Risken, M. James, F. Moss and W. Schleich,
Phys. Rev. A **41**, 3950 (1990)
7. Stochastic Resonance: From the Ice Ages to the Monkey's Ear
Frank Moss
Dep. of Physics, Univ. of Missouri at St. Louis, MO 63121, USA
8. (a) N. G. Van Kampen, *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*
(North-Holland, Amsterdam, 1981)
(b) W. Horsthemke and R. Lefever, *Noise Induced Transitions, Theory and
Applications in Physics, Chemistry and Biology* (Springer-Verlag, Berlin, 1984)
9. P. Hänggi, P. Talkner and M. Borkovec, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 251 (1990)
10. (a) F. Moss, a review in: *Intern. J. Bifurcations and Chaos*, to be published
(b) F. Moss, Okawville International Workshop on Stochastic Resonance
(USA, IL, 1993), unpublished
(c) R. F. Fox, R. Roy and G. Vemuri, unpublished
11. Z. Gingl, L. B. Kiss and F. Moss, "Nondynamical Stochastic Resonance", invited
talk at International Conference On "Fluctuations in Physics and Biology...",
Elba (Italy), June 1994
12. Z. Gingl, L. B. Kiss and F. Moss, "Nondynamical Stochastic Resonance - Theory
and Arbitrarily Coloured Noise", accepted to *Euro Physics Letters*
13. A számítógép programozás művészete
Donald E. Knuth
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987