

**Sztochasztikus rezonancia vizsgálata
a FitzHugh-Nagumo-féle neuron
modellben 1/f és fehér zajú
gerjesztések esetén**

Tudományos Diákköri Dolgozat

Készítette: Fülei Tamás

IV.Fizikus

Témavezető: Dr. Gingl Zoltán

egyetemi adjunktus

*Szegedi Tudományegyetem Tudományegyetemi Karok
Kísérleti Fizikai Tanszék*

2000. november 20.

Tartalom

1.Bevezetés

2.Elméleti áttekintés

2.1.A sztochasztikus rezonancia jelensége

2.2.A zajok jellemzése

2.2.1.Zajok matematikai leírása

2.2.2.Fizikai zajok

2.2.2.1.Fehér zaj

2.2.2.2. 1/f zaj

2.3.A FitzHugh-Nagumo-féle neuron modell

3.A FitzHugh-Nagumo-féle neuron modell vizsgálata

3.1.Numerikus szimuláció

3.1.1Differenciálegyenletek numerikus megoldása

3.1.2Numerikus szimuláció megvalósítása LabView-ban

3.2.Analóg számítógépes szimuláció

3.2.1.Differenciálegyenletek megoldása analóg számítógéppel

3.2.2.Analóg számítógépes szimuláció megvalósítása

3.3.Mérési eredmények

3.3.1Numerikus szimuláció eredményei

3.3.2.Analóg számítógépes szimuláció eredményei

4.Összefoglalás

5.Köszönetnyilvánítás

6.Függelék

7.Irodalomjegyzék

1.Bevezetés

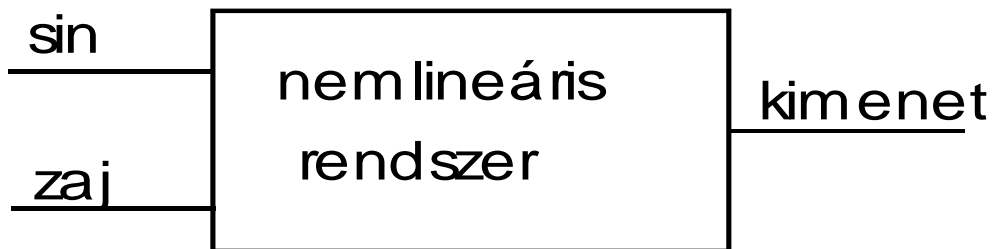
Az idegrendszert – szerkezetéről és működéséről szerzett egyre gyarapodó kísérleti adatok nagy mennyisége és bonyolultsága miatt – főleg matematikai modellek és számítógépes szimulációk segítségével lehet hatékonyan vizsgálni. Az emberi idegrendszerben mintegy tízmilliárd idegsejt van. Az idegsejtek élettanából ismeretes, hogy az ingerekre a határát alkotó membránokban levő csatornák nyitásával vagy zárásával, azaz be- és kifolyó ionáramok generálásával reagál[1]. Ezek az áramok a sejt belső állapotának, membránpotenciáljának megváltozásához, megfelelő körülmények között akcióspotenciál generálásához (a sejt ún. „tüzeléséhez”) vezetnek. Napjainkban úgy az idegsejt szerkezetét, mint az idegsejt által generált és kibocsátott jelek mechanizmusait kezdjük olyan részletességgel megismerni, hogy egy idegsejt modellezése külön tudományággá kezdi kinőni magát. Nagy figyelmet fordítanak arra a jelenségre is, mely az akcióspotenciál generálásával van kapcsolatban. Hogyan lehet ugyanis az, hogy az olyan gyenge determinisztikus jelet, amelyeket egyébként az idegsejt nem észlelhetne, bizonyos körülmények között mégis érzékelné? Erre egy lehetséges válasz a sztochasztikus rezonancia(SR) jelenségében rejlik. Ez a jelenség azt jelenti, hogy bizonyos nemlineáris rendszerekbe beérkező gyenge determinisztikus jelet optimális zaj hozzáadásával felerősíthetünk annyira, melyet már képes érzékelné a rendszer. Mivel zaj biológiai rendszerekben is fellép, ezért a sztochasztikus rezonancia magyarázat lehet a fentebb említett problémára. Természetesen többféle zajtípust ismerünk, így felmerül a kérdés, melyik az a zaj, amellyel a leghatékonyabban valósul meg ez a jelenség, tehát milyen típusú zaj hozzáadásával lehet a legtöbb információt kinyerni a rendszerből? Ezzel kapcsolatban egy 1998-ban megjelent cikk [2] – melynek szerzői numerikus szimulációt alkalmaztak – azt állítja, hogy a FitzHugh-Nagumo-féle neuron modell(FHN) esetében az $1/f$ zaj alkalmasabb a sztochasztikus rezonancia létrehozására, mint a fehér zaj. A szerzők szerint $1/f$ típusú teljesítményspektrumú zajt alkalmazva már kisebb zaj amplitúdóknál maximumot mutat az a görbe, melyen a jel/zaj viszonyt(SNR) ábrázoljuk a zaj amplitúdójának függvényében. Ennek az erősen megkérdőjelezhető kijelentésnek okát a szerzők sem tudták megadni. Ezért dolgozatomban a FitzHugh-Nagumo által leírt idegsejt modell numerikus és analóg számítógépes szimulációja megvalósítását tűztem ki célul, mely olyan vizsgálatoknak teremthet

alapot, melyek segítségével választ kaphatunk arra, hogy mely típusú zaj alkalmasabb sztochasztikus rezonancia létrehozására ebben a nemlineáris rendszerben.

2. Elméleti áttekintés

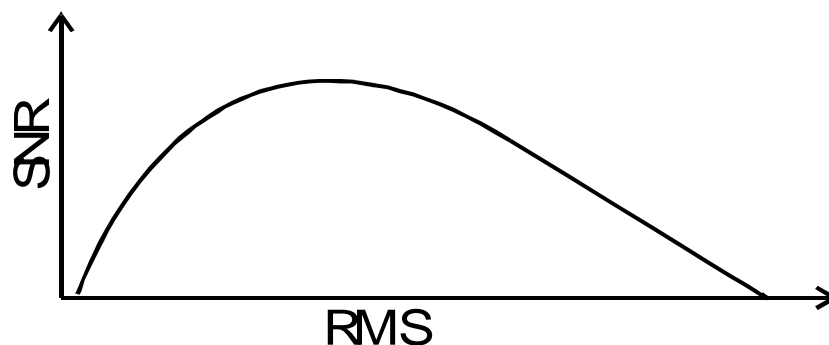
2.1. A sztochasztikus rezonancia (SR) jelensége

Tekintsünk egy nemlineáris rendszert (1. ábra):



1. ábra

Bizonyos speciális nemlineáris rendszerek esetén tapasztalható, hogy a rendszer bemenetére valamilyen determinisztikus jelet (általában periodikus) plusz valamilyen zajt adva, a kimeneten mérhető jel/zaj viszony maximumot mutat a bemenő zaj nagyságának a függvényében (2. ábra).



2. ábra

Ez kissé paradox módon azt jelenti, hogy az optimális jel/zaj viszony eléréséhez bizonyos mennyiségű zajt kell a rendszerbe bevinnünk. Ez a sztochasztikus rezonancia jelensége. Sztochasztikus rezonancia olyan effektus, mely leggyakrabban bistabil, vagy olyan rendszerekben fordulhat elő, ahol jelen van egy bizonyos küszöbszint. E jelenség szemléltetésére a leggyakoribb példa [1,3,4]: tekintsünk egy szimmetrikus, kettős potenciálgödört, mely egyik részében egy tömegpont van. Kis zaj jelenlétében a részecske főleg a potenciálgödör egyik részében mozog, csak alkalmanként ugrik át a másikba, legyőzve azt a potenciálgátat, ami a két potenciálgödört választja el. Gyenge külső jel jelenlétében a jel

ezt az ún. „billegést” szinkronizálni fogja. A gyenge azt jelenti, hogy ha csak egyedül (zaj hiányában) van külső jel, önmagában képtelen billegést létrehozni.

A sztochasztikus rezonancia egyik jellemzője a jel/zaj viszony(SNR). Ha mérjük a kimenő jel teljesítmény spektrumát a gerjesztő frekvencia függvényében, akkor SNR-t tulajdonképpen az adott frekvencián vett determinisztikus komponens($S_d(f_0)$), és a zaj komponens($S_z(f_0)$) teljesítményeinek aránya adja:

$$SNR = \frac{S_d(f_0)}{S_z(f_0)} \quad (1)$$

ahol f_0 a determinisztikus jel frekvenciája.

Tehát kis zaj intenzitás értékektől indulva az SNR egy optimális zajsztintnél maximális lesz.

Sztochasztikus rezonancia előfordulhat például időjárési jelenségeknél, biológiai rendszerekben, kaotikus rendszerekben stb. Sztochasztikus rezonancia lehetséges alkalmazásai többek között jelek detektálása zajos rendszerekben, információátvitel, feldolgozás, fizikai és biológiai rendszerek működésének megértése. A sztochasztikus rezonancia jellemezhető amplitúdójával $x(t)$, teljesítményspektrumával $S(f)$, valószínűségi sűrűségével $p(x)$, jel/zaj viszonytal SNR.

Sztochasztikus rezonancia szimulációja történhet analóg számítógépes és numerikus módon.

2.2.A zajok jellemzése

A mérés technika egyik fontos célja: a mindig fellépő zaj minimalizálása. A zaj tulajdonképpen a fizikai rendszerekben fellépő véletlenszerű jel, ami lehet a rendszer saját zaja, illetve kívülről érkező zaj. A zajok természeti folyamatok eredményei, melyek befolyásolják az általunk vizsgált mennyiséget. Ezek az állandóan jelenlevő fluktuációk jelentősen torzíthatják mérési eredményeinket. Mivel a rendszerből származó zajok a rendszer állapotától függenek, ezért információt is hordoznak. Léteznek determinisztikus és random zajok. Determinisztikus például a hálózati 50 Hz-es zavarjel. Random zajról beszélünk, ha a jel jövőbeli értékét nem tudjuk kiszámítani, melynek okai lehetnek, hogy a kezdeti feltételek ismeretlenek, és túl sok, vagy/és bonyolult egyenlettel lehet csak jellemezni őket.

2.2.1.A zajok matematikai leírása

A zajok matematikai leírására a valószínűség számítást alkalmazzuk.

Valószínűség(p):

Azt jelenti, hogy egy esemény (melyet az i index jelöl) hányszor következik be (N_i) az összes mérésből (N):

$$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \quad (2)$$

$$\sum_i p_i = 1 \quad (3)$$

Valószínűségi sűrűség:

$$p(x)\Delta x \quad (4)$$

azt adja meg, hogy mekkora valószínűséggel találjuk a mért mennyiség értékét x és $x+\Delta x$ között. Ez az összefüggés diszkrét értékekre vonatkozik. Ha képezzük $N \rightarrow \infty$ és $\Delta x \rightarrow 0$ határátmenetet, akkor x megtalálási valószínűsége $[x_1, x_2]$ -ben:

$$p(x \in [x_1, x_2]) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (5)$$

és

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (6)$$

Várható érték:

Egy x mennyiség várható értékét a következőképpen definiáljuk:

$$\langle x \rangle = \sum_i x_i \cdot p_i = \sum_i x_i \cdot \frac{N_i}{N} \quad (7)$$

vagy folytonos értékekre:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx \quad (8)$$

Szórás:

Egy x mennyiség szórásának definíciója:

$$\sigma(x) = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (9)$$

Eddig $p(x)$ -et időfüggetlennek (stacionáriusnak) tekintettük. De $p(x)$ lehet időfüggő is: $p(x,t)$. Ergodikusnak nevezünk azokat a folyamatokat, melyeknél a sokaságátlag és az időátlag megegyezik, tehát mindegy, hogy sok hasonló mennyiséget mérünk-e egy pillanatban, vagy egy mennyiséget hosszú időn keresztül:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (10)$$

Korrelációs függvények:

- Autokorreláció:

Egy függvény hasonlíthat időben eltolt változatára, a hasonlóság mértékét a függvény és időben eltolt változata szorzatának várható értékével szokás megadni:

$$R_{xx}(\tau) = \langle x(\tau) \cdot x(t + \tau) \rangle \quad (11)$$

ezt $x(\tau)$ autokorrelációs függvényének nevezzük.

Ergodikusan folyamatra:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\tau) \cdot x(t + \tau) dt \quad (12)$$

Legfontosabb tulajdonságok:

- $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$: az origóra szimmetrikus,

- $R_{xx}(0) = \int x^2 dt$: a 0 pontban felvett értéke a jel energiájával arányos,

- $R_{xx}(\tau)$: periodikus jelre periodikus

-Keresztkorreláció:

Ha az autokorrelációt két függvényre kiterjesztjük, definiálhatjuk a keresztkorrelációs függvényt is:

$$R_{xy}(\tau) = \langle x(t) \cdot y(t + \tau) \rangle \quad (13)$$

ergodikusan folyamatra:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(\tau) \cdot y(t + \tau) dt \quad (14)$$

Tulajdonságai:

- $R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$

- $R_{xy}(\tau) = 0$ független folyamatoknál

Teljesítményspektrum:

A teljesítményspektrumot a következő összefüggés definiálja:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (15)$$

tehát az autokorrelációs függvény Fourier transzformáltja adja, ahol $\omega = 2\pi f$.

A keresztkorrelációs függvény Fourier-transzformáltja pedig a kereszt teljesítményspektrumot adja:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (16)$$

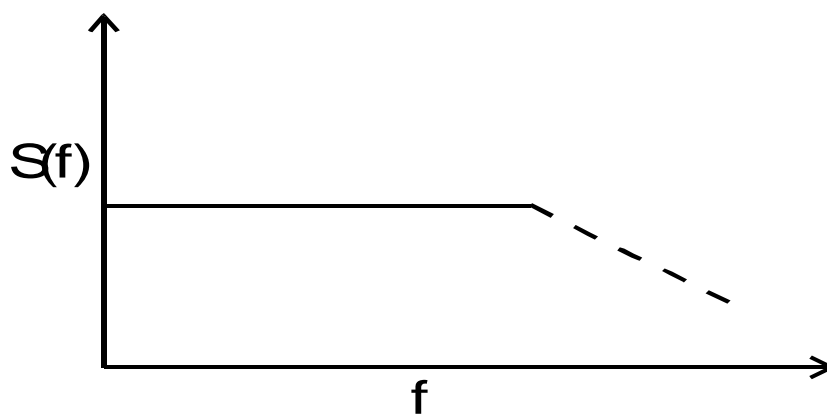
2.2.2.Fizikai zajok[5,6]:

Fizikai rendszerekben számos, különböző tulajdonságokkal rendelkező zaj felléphet. Ezek különbözhetnek valószínűségi sűrűségükben, származásukban(más fizikai modell írja le), és idő- és frekvenciatartományukban. Most csak a szempontunkból fontos fehér, ill. az 1/f zajjal foglalkozunk.

2.2.2.1.Fehér zaj:

Az olyan zajokat, melyek teljesítményspektruma adott frekvenciatartományban konstans, az összes frekvencia komponens tartalmazza (mint a fehér fény, innen az elnevezés), fehér zajoknak nevezzük. Hozzá kell tennünk, hogy végtelen nagy frekvenciája nem lehet, a teljesítményspektrum valamekkora frekvenciától levág, különben a görbe alatti terület végtelen lenne, ami végtelen energiát jelent, ez pedig nem lehetséges.(3.ábra).

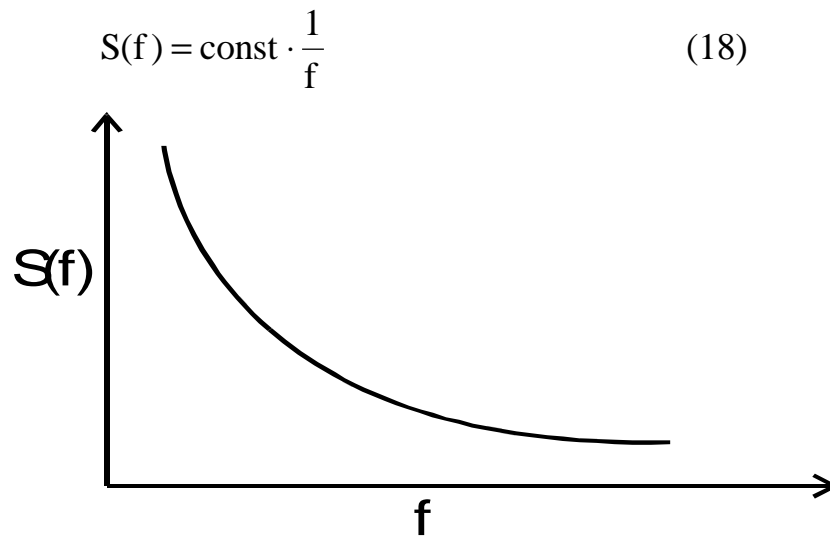
$$S(f) = \text{const.} \quad (17)$$



3.ábra

2.2.2.2. 1/f zaj:

Az olyan zajokat, melyek teljesítményspektruma fordítottan arányos a frekvenciával 1/f zajoknak nevezzük(4.ábra). Az 1/f típusú zajt vákuumcsőben figyelték meg először, nagyon sok helyen előfordul(szívritmus fluktuáció, Nílus vízszintjének ingadozása), egyszerű fizikai modellel nem írható le, olyannyira, hogy ma sincs tökéletes értelmezése, talán ezért is eléggé túlmisztifikált jelenség.



4.ábra

2.3.A FitzHugh-Nagumo-féle idegsejt modell(FHN):

Az SR egyik fontos alkalmazási területe az idegsejt viselkedésének modellezése. Az egyik ilyen az FHN modell. Az FHN modellt a következő elsőrendű, csatolt differenciálegyenlet írja le, periodikus gerjesztést és zajt hozzáadva[1]:

$$\dot{\varepsilon} v = v(v - a)(1 - v) - w + A_T - B + S(t) + \xi(t) \quad (19)$$

$$\dot{w} = v - w - b \quad (20)$$

ahol $v(t)$ az ún. „gyors” változó, amely az idegsejt membránpotenciálját reprezentálja, $w(t)$ a „lassú” (feléledési) változó, $\varepsilon=0.005$, $a=0.5$, $b=0.15$. ε az időállandó, mely a tüzelési folyamat sebességét determinálja. Az A_T az ún. kritikus érték. Ha $A_T \approx 0.11$, akkor a tüzeléssorozat periodikussá válik, $S(t)$ egy, az ingerküszöb(lsd.:később) alatti periodikus jel. B az átlagos jelszint és A_T közötti különbség. $\xi(t)$ pedig Gauss-féle $1/f^\beta$ zajt reprezentál($0 \leq \beta \leq 2$). Ha $\beta=0$, akkor a $\xi(t)$ Gauss-féle fehér zajra redukálódik.

3. Az FHN modell szimulációs vizsgálata

A következőkben ismertetem az FHN modell vizsgálatára kidolgozott numerikus és analóg számítógépes szimulációs módszereinket és eredményeinket.

3.1. Numerikus szimuláció

3.1.1. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Tekintsük a

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), t) \quad (21)$$

elsőfokú egyenletrendszer, ahol $x(t)$ egy n -dimenziós vektorértékű függvény. Az ilyen feladatok analitikus megoldása már egyszerű f esetén is nehéz vagy lehetetlen. Ha f nem függ t értékétől, akkor rendszerünk autonóm. A numerikus megoldás az $x(t)$ függvény néhány értékének meghatározását célozza. Tipikus feladat a kezdetiérték probléma, amikor (21)-n kívül egy x_0 kezdőérték is ismert, és egy adott t_i -hez tartozó $x(t_i)$ értékre vagyunk kíváncsiak.

Az Euler-módszer (egylépéses algoritmus) az általában nemlineáris függvény helyett annak lineáris közelítését használja lépésenként.

Legyenek $x_0=0$ és $t_0=0$ kezdeti feltételeink, és $t_{i+1}=t_i+\Delta t$ iterációs lépés. Δt egy pozitív szám, melyet érdemes úgy választani, hogy függvényünk Δt -n belül csak „kicsit” változzon.

Átírva (21)-et:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = f(x(t), t) \quad (22)$$

$$\Delta x = \Delta t \cdot f(x(t), t) \quad (23), \text{ ahol}$$

$$\Delta x = x(t_{i+1}) - x(t_i) \quad (24)$$

$$\Rightarrow x(t_{i+1}) = x(t_i) + \Delta t \cdot f(x(t_i), t_i) \quad (25)$$

alakú közelítő megoldás adódik.

Esetünkben (19)-re és (20)-ra alkalmazva az eljárást kapjuk:

$$V = v_{i+1} = v_i + \Delta t \cdot f(v_i, w_i, t_i) \quad (26)$$

$$W = w_{i+1} = w_i + \Delta t \cdot g(v_i, w_i, t_i) \quad (27)$$

$$T = t_{i+1} = t_i + \Delta t \quad (28)$$

$v(0)=v_0=0$; $w(0)=w_0=0$; $t_0=0$ kezdeti feltételekkel.

$$V = v + \frac{\Delta t}{\varepsilon} [v(v - a)(1 - v) - w + A_T - B + S(t) + \xi(t)] \quad (29)$$

$$W = w + \Delta t \cdot (v - w - b) \quad (30)$$

$$T = i\Delta t \quad (31)$$

3.1.2 Numerikus szimuláció megvalósítása LabView-ban

A numerikus szimulációt a - tanszéken már több éve eredményesen alkalmazott - LabView nevű fejlesztőkörnyezetben - g programozási nyelven - valósítottam meg.

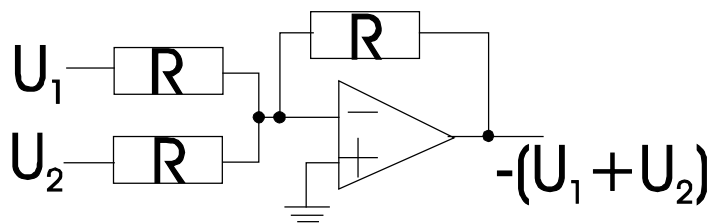
Az algoritmus a Függelékben található(F.1.)

3.2. Differenciálegyenletek megoldása analóg számítógéppel

Az analóg áramkörök körében léteznek olyanok, melyek képesek matematikai műveletek elvégzésére. A matematikai változókat feszültség reprezentálja, a műveletek elvégzését pedig adott elektronikai kapcsolás biztosítja. Mivel sokféle kapcsolás kialakítható, így sokféle egyenlet reprezentálható. Az ilyen, egyenletet realizáló áramköröket analóg számítógépeknek nevezzük. Ezeket passzív(ellenállás, kondenzátor...) és aktív áramköri elemek(pl.: erősítő, tranzisztor) építik fel.

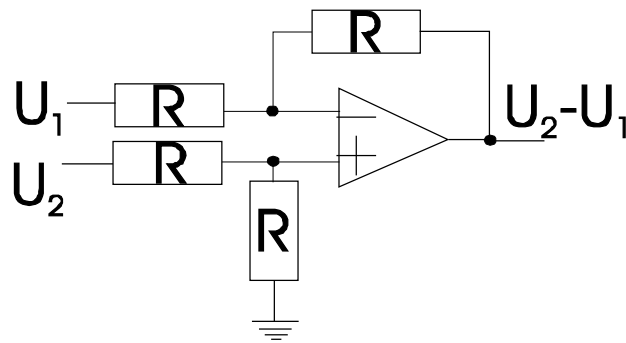
Egyik leghatékonyabb eszköz a műveleti erősítő, mely felhasználásával könnyen megvalósítható

- két feszültség összegzése(5.ábra):



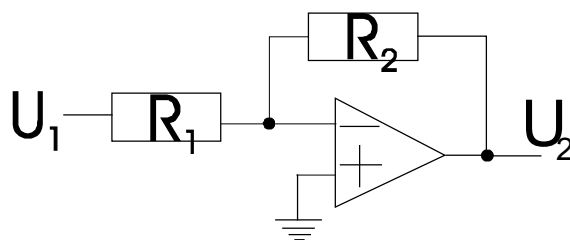
5.ábra

- kivonása(6.ábra):



6.ábra

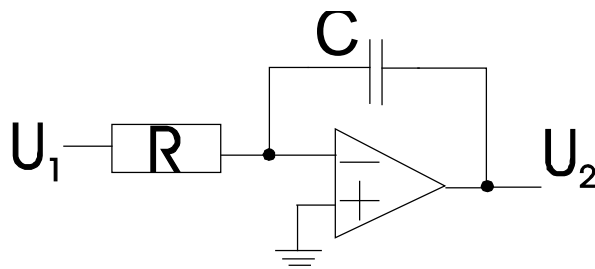
- feszültség szorzása számmal(7.ábra):



7.ábra

$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_1$, ha $R_1=R_2$, akkor $U_2=-U_1$, tehát a kapcsolás invertáló.

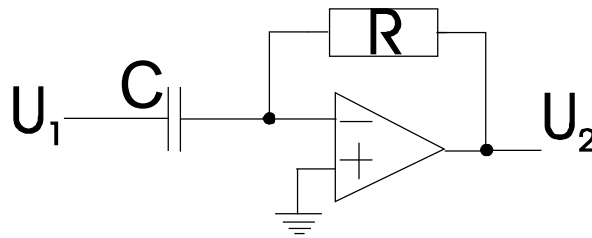
- feszültség integrálása(8.ábra):



8.ábra

$$U_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^T U_1(t) dt + U_2(0) \quad (32)$$

- feszültség differenciálása(9.ábra):



9.ábra

$$U_2 = -RC \frac{dU_1(t)}{dt} \quad (33)$$

Két feszültség szorzatát IC formájában gyártott analóg szorzó áramkörökkel valósíthatjuk meg. Az ilyen kapcsolásokból felépülő áramköröket használhatjuk fizikai jelenségek modellezésére, ill. differenciálegyenletek megoldására. Mivel a differenciáló kapcsolásnál az integráló elektronikailag stabilabb és pontosabb, ezért a differenciálegyenletet célszerű integrálegyenletté átalakítani. Majd, ha szükséges, új skálázást vezetünk be, mert a műveletek nem végezhetőek el bármilyen feszültség tartományon, főleg az aktív elemek tápfeszültsége miatt. De lehetnek más tényezők is, melyek ezt a skálázást befolyásolhatják, pl.: mérés sebessége.

3.2.1. Analóg számítógépes szimuláció megvalósítása

Tekintsük a FitzHugh-Nagumo-féle neuron működést leíró differenciálegyenlet rendszert (19), (20), a differenciálást kiírva:

$$\varepsilon \frac{dv}{dt} = v(v - a)(1 - v) - w + A_T - B + S(t) + \xi(t) \quad (34)$$

$$\frac{dw}{dt} = v - w - b \quad (35)$$

vezessük be a $t = \alpha \cdot \tau$ mennyiséget, ekkor

$$\frac{\varepsilon}{\alpha} \cdot \frac{dv}{d\tau} = v(v - a)(1 - v) - w + A_T - B + S(\alpha\tau) + \xi(\alpha\tau) \quad (36)$$

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dw}{d\tau} = v - w - b \quad (37)$$

Integrálva mindkét egyenletet, majd a konstansokkal felszorozva kapjuk:

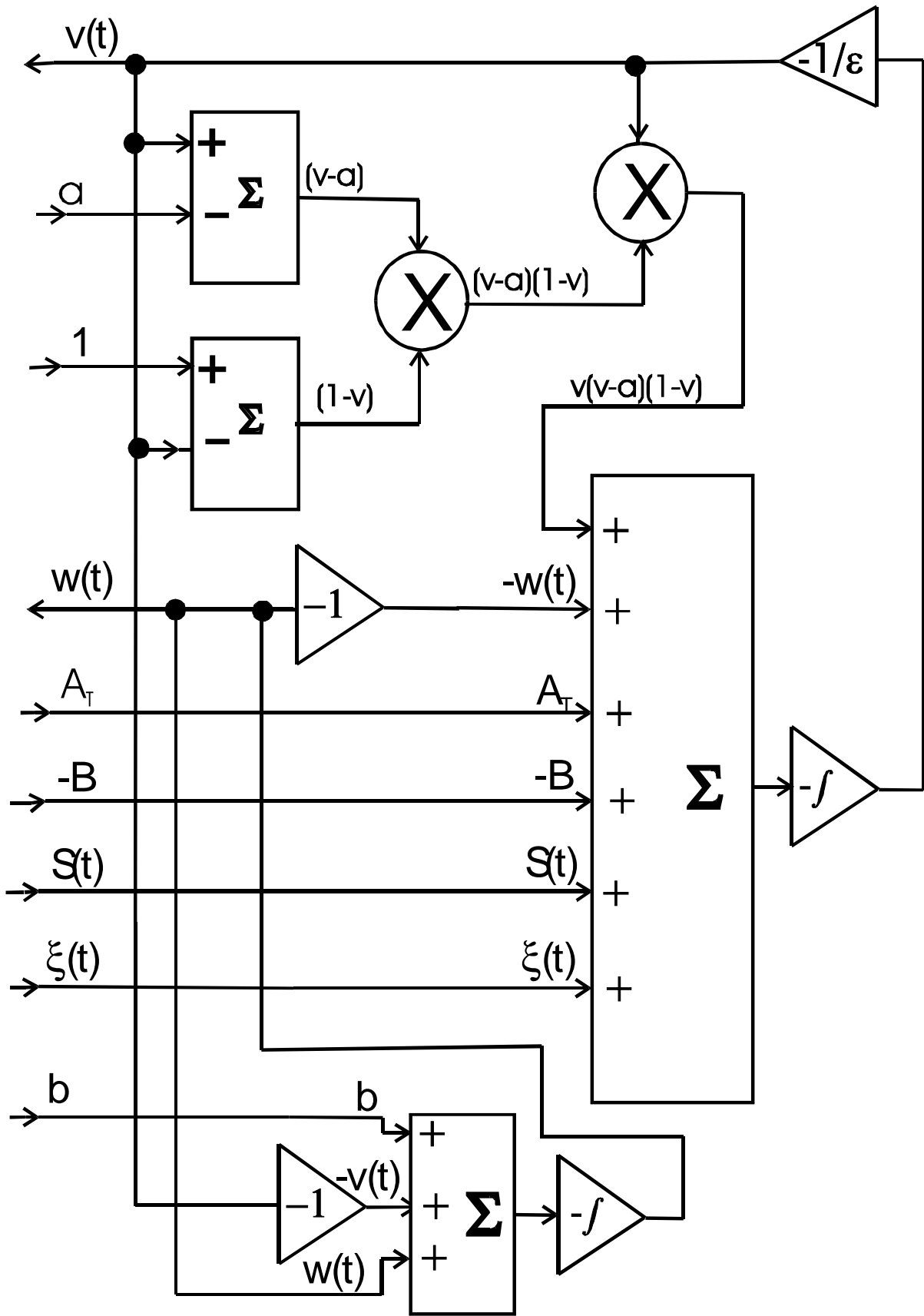
$$v = \frac{\alpha}{\varepsilon} \int_0^T v(v-a)(1-v) - w + A_T - B + S(\alpha\tau) + \xi(\alpha\tau) d\tau + v(0) \quad (38)$$

$$w = \alpha \int_0^T v - w - b d\tau + w(0) \quad (39)$$

$v(0)$ és $w(0)$ kezdeti feltételek.

Tehát ezt az egyenletrendszert megvalósító áramkört kell megtervezni, majd megépíteni. A megvalósító áramkör blokksémája a 10. ábrán látható. A konkrét áramköri kapcsolás a függelékben található (F.2.).

A mérésekben a PC és az áramkör között a kapcsolatot egy helyi fejlesztésű többcsatornás, analóg be- és kimenetű egység (DAS1414) teremti meg, mely egyben tartalmaz A/D-D/A konvertereket is. A négy kimeneten képes - előprogramozás után - tetszőleges jelet generálni, a nyolc bemeneten pedig szinkronban jelet analizálni, így alkalmas rendszerek irányítására, és analizására. Ezzel a műszerrel állítjuk elő a szinuszos jelet és a zajt, plusz a másik két kimenetről A_T -t és b -t. A konstans $1V$ -ot és a -t potencióméterrel állítottuk be. A műszer bemenetére a v és w mérendő jelek kerülnek, amik az egyenletrendszer megoldásait adják.



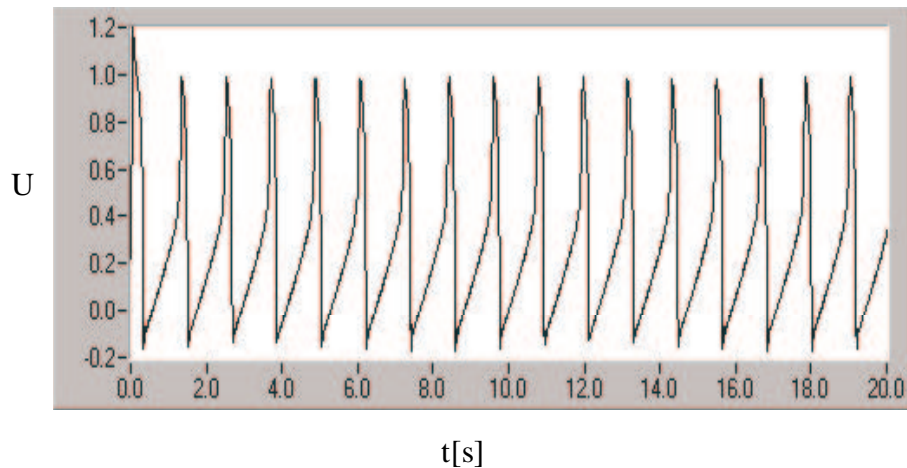
10.ábra

3.3.A mérési eredmények

3.3.1 Numerikus szimuláció eredményei

Nézzük először a numerikus szimuláció eredményeit.

Ha A_T a kritikus érték(=0.11), a tüzelés periodikussá válik. Ahogy a 11.ábrán látható, v-re oszcilláló jelalakot kaptunk szinuszos gerjesztés és zaj hozzáadása nélkül.

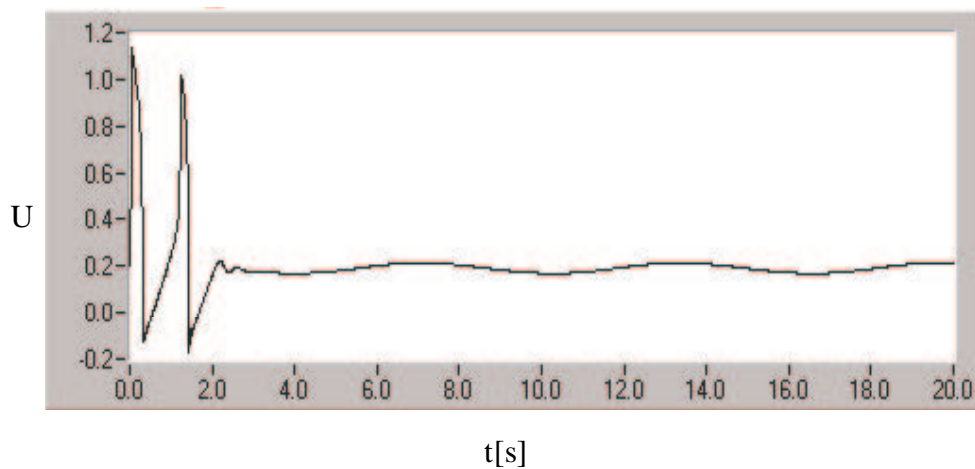


$$A_T=0.11, C=0, \sigma=0$$

A_T a kritikus érték, C a szinuszos moduláció amplitúdója, σ a zaj szórása, U : feszültség.

11.ábra

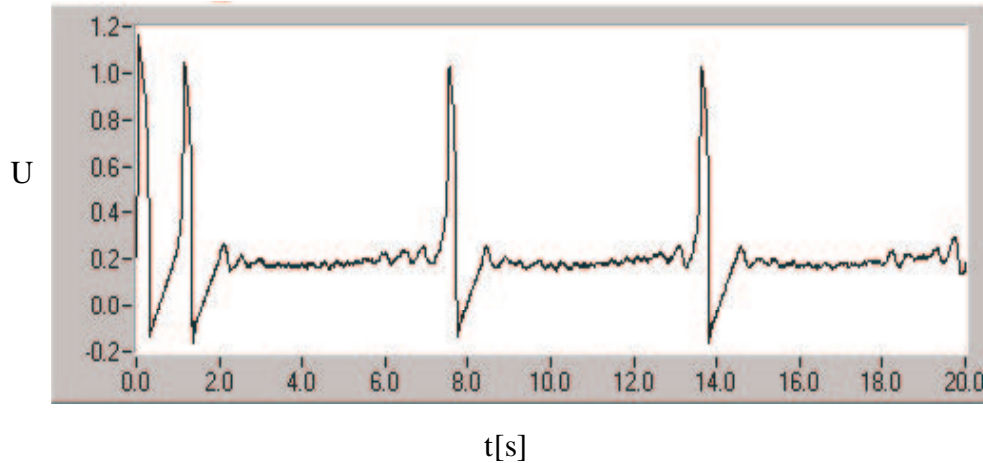
$\xi(t)$, tehát a rendszerbe táplált zaj, Gauss-féle fehér zaj, periodikus gerjesztésként pedig szinuszos gerjesztést alkalmaztunk. A 12.ábrán láthatóan úgy választottuk A_T -t, hogy A_T 80%-a legyen a kritikus értéknek(≈ 0.8), a szinuszos moduláció amplitúdója pedig 15%-a (≈ 0.01), a zaj szórása pedig nulla. Jól látható ebben az esetben, hogy rövid transziens után megjelenik egy impulzus, de az oszcilláció nem indul be.



$$A_T=0.0888, \sigma=0, C=0.0165$$

12.ábra

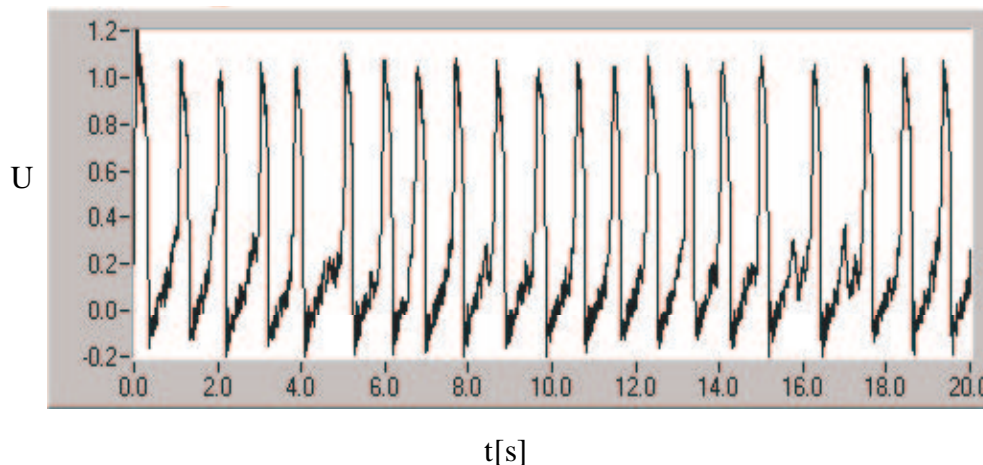
Kis zaj hozzáadása esetén több, véletlenszerűen megjelenő csúcs látható, de az oszcilláció még nem jelentkezik(13.ábra). Ez abból látszik, hogy a küszöbértéket csak néha haladja meg a jel amplitúdója. Ugyanis tüzelés akkor jön létre, ha a jel értéke meghaladja a 0,5 értéket pozitív meredekséggel, ez az irodalomban[2] található definíció.



$$A_T=0.0888 \quad C=0.0165 \quad \sigma=0.006$$

13.ábra

A 14.ábrán a zajintenzitás tízszerese az előzőnek, ekkor a tüzelés már periodikus lesz. Látható, hogy a rendszerhez adott zaj segít meghaladni a küszöböt. Tehát közel optimális zaj hozzáadással küszöbalatti jelet fel tudunk erősíteni annyira, hogy a tüzelés beinduljon.

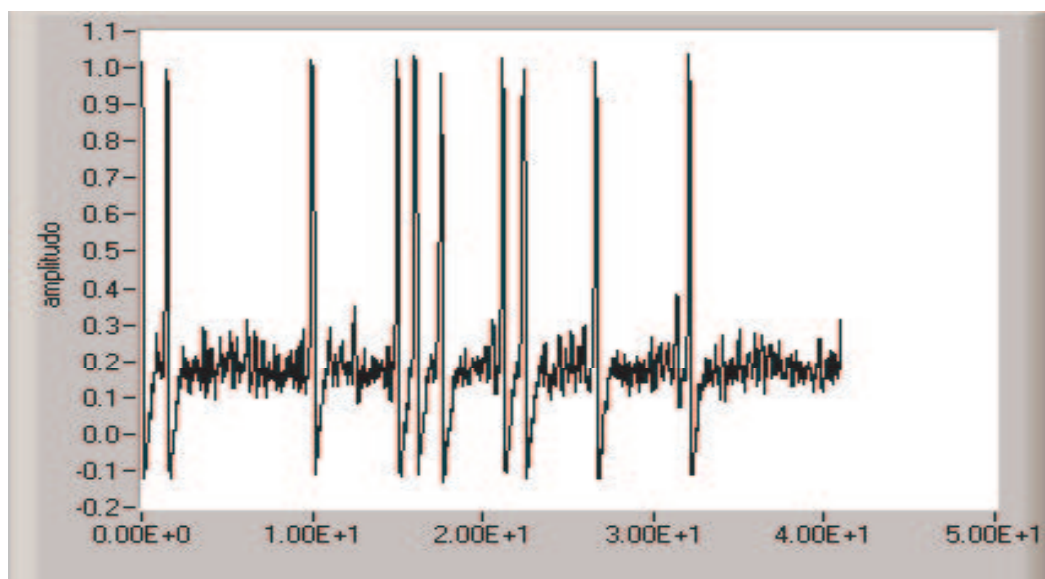


$$A_T=0.0888 \quad C=0.0165 \quad \sigma=0.06$$

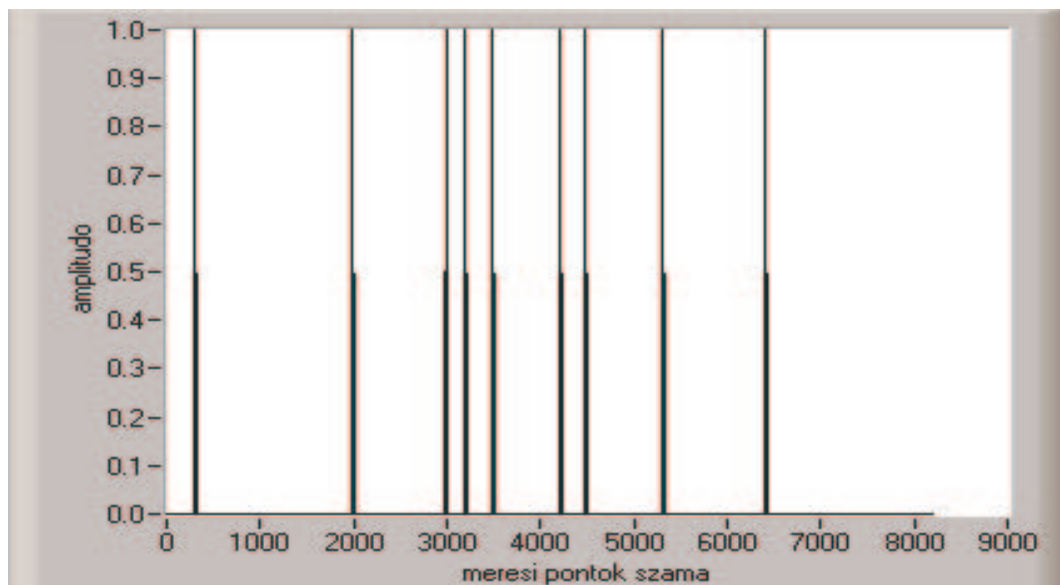
14.ábra

Eddig csak azt mutattuk meg, hogy megfelelően megválasztott amplitúdójú és frekvenciájú szinusz és egy - Labview függvénykönyvtárból meghívott - fehér zajt generáló szubrutin alkalmazásával létrehozható e jelenség, vagyis a sztochasztikus rezonancia. Tehát a megvalósított numerikus szimuláció alkalmas további ezirányú vizsgálatokra. Az előbb alkalmazott zajgenerátort kicseréltük egy olyanra, mely létre tud hozni fehér, ill. 1/f típusú zajt

is. A zajt pedig úgy állítottuk elő, hogy egy Gauss-féle zajt(mely szintén meghívható a függvénykönyvtárból) Fourier transzformálunk, ezt - tehát a spektrumot - exponenciális függvénnyel szorozzuk, majd inverz Fourier transzformáljuk. Így $1/f^\beta$ típusú zajt tudunk előállítani, ha $\beta=0$, akkor fehér zajt kapunk. Az iterációs lépésköz $dt=0.005$ s; a mérési pontok száma $N=2^{14}$. A szinuszos jel frekvenciáját úgy adtuk meg, hogy 16 periódus legyen a teljes mintahosszban, amplitúdója: $C=0.01$, A_T értékét 0.08 -nak választottuk. Mivel akcióspotenciál akkor jön létre, amikor $v(t)$ meghaladja a 0.5 értéket pozitív meredekséggel, ezért egy olyan impulzus sorozattá alakítottuk a jelet, mely akkor veszi fel az egy értéket, amikor teljesíti a fentebbi feltételt, egyébként zérus(15.ábra).



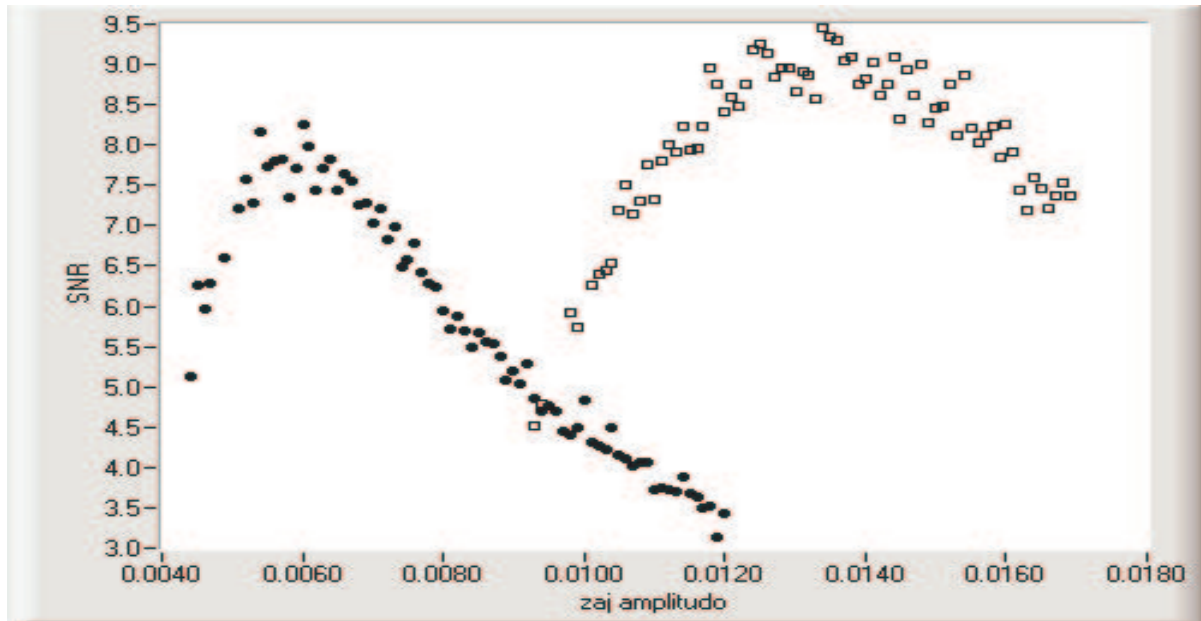
Ido[s]



15.ábra

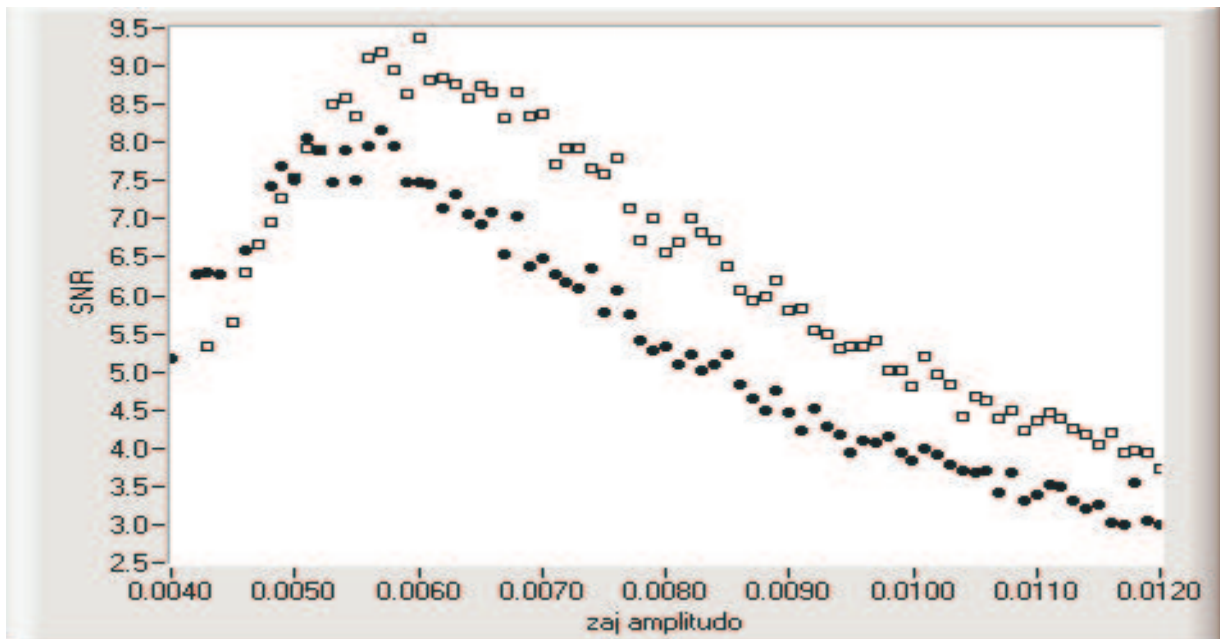
Ez az idegsejt „minden vagy semmi” válaszát reprezentálja, tehát az idegsejt vagy továbbítja az ingert, vagy nem. Ezek után ennek az - amplitúdóban nem, csak fázisban ingadozó- túimpulzus sorozatnak vizsgáltuk a spektrumát. Ebből a teljesítményspektrumból határoztuk meg a jel/zaj viszonyt, ill. vizsgáljuk a zaj amplitúdójának függvényében. Első közelítésben a zaj felső határfrekvenciája - az említett cikkben is alkalmazott [2] - $1/2dt=100$ Hz.

Az így kapott SNR görbék 16.ábrán láthatóak.



SNR a zaj amplitúdójának függvényében, fehér zaj: üres négyzetek; 1/f zaj fekete körök

16.ábra



SNR a zaj amplitúdójának függvényében; fehér zaj:üres négyzetek; 1/f zaj fekete körök.

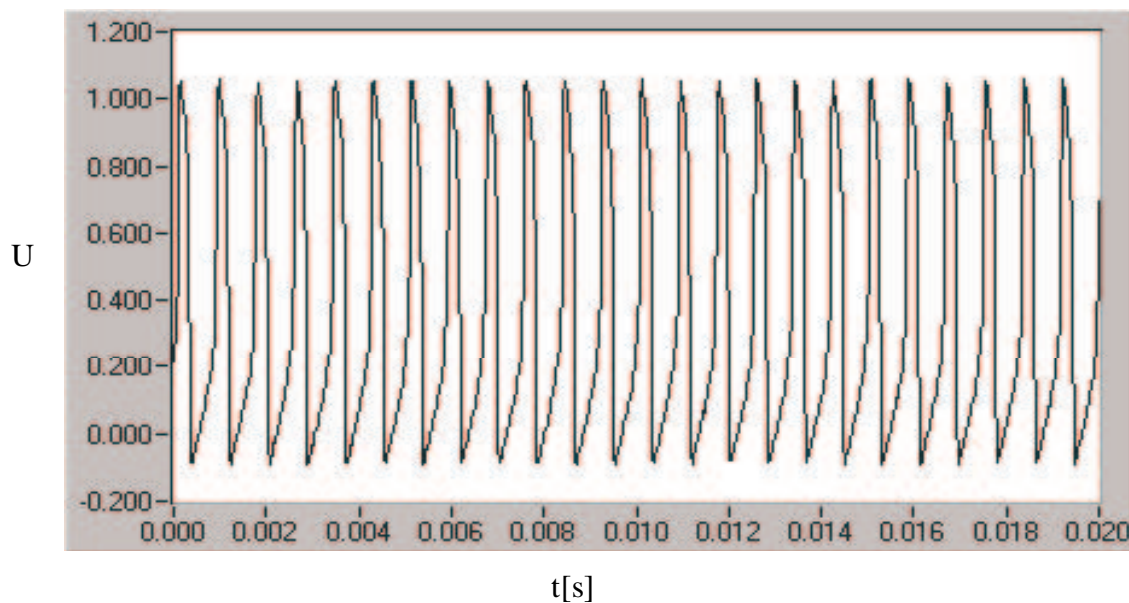
17.ábra

A 16. ábrán látható eredmény megegyezik a cikkben közölt eredményekkel. Ebben az esetben a zaj legnagyobb frekvenciájú komponensét két-három pontból állították elő, ami nyilvánvalóan meghamisítja a mérési eredményeket. Ennek kiküszöbölésére a zaj felső határfrekvenciáját $1/10dt=20$ Hz-re állítottuk be, így a 17. ábrán levő SNR görbéket kaptuk.

A 16. és 17. ábrán jól látszik, hogy ha a zaj felső határfrekvenciáját $f_{\max}/2$ -ről $f_{\max}/10$ -re csökkentettük, a fehér zaj SNR görbéjének maximuma balra, tehát a kisebb zajamplitúdók irányába tolódott. Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy nem a zajspektrum alakja a döntő a jel/zaj viszony optimalizálásában, hanem a felső határfrekvencia értéke.

3.3.2 Az analóg szimuláció eredményei

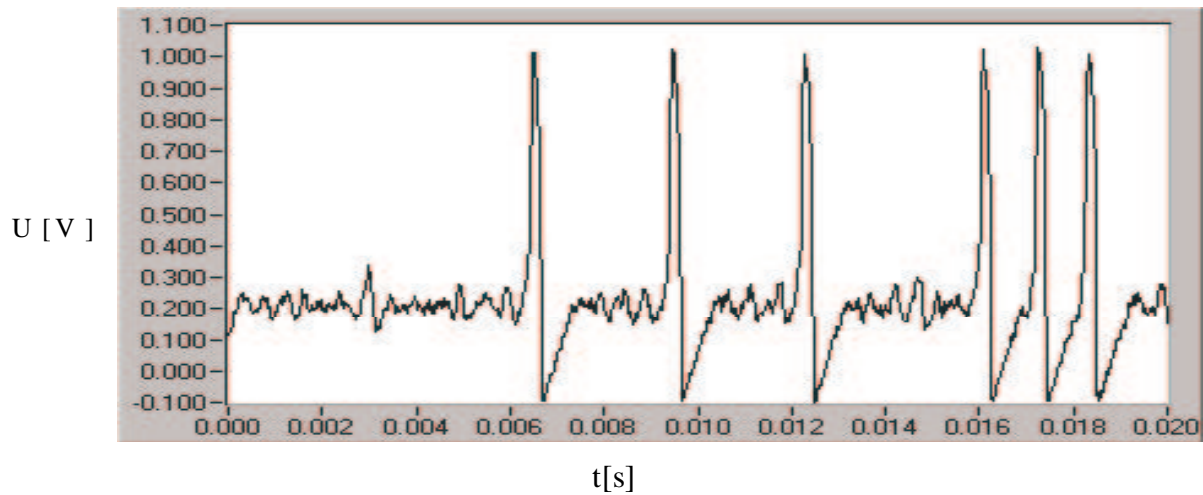
Analóg szimuláció esetén, zaj és gerjesztés hozzáadása nélkül a 18. ábrán látható jelalakot kaptuk, $A_T=1.1$ esetén beindul a tüzelés. Ez jól láthatóan hasonlít a numerikusan kapott görbére, sőt jó egyezést mutat azzal.



$$A_T=1.1 \quad C=0 \quad \sigma=0$$

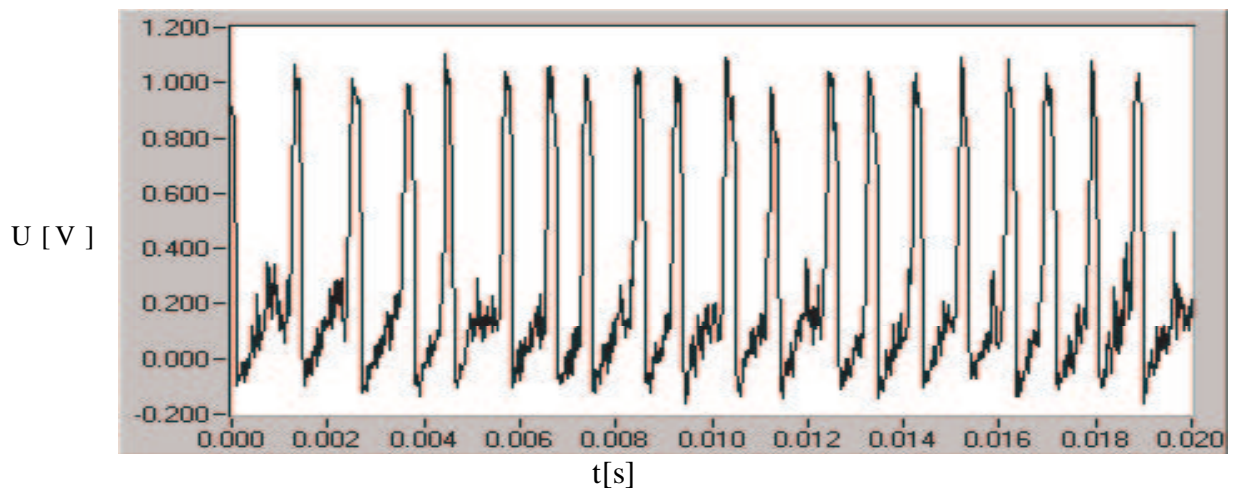
18. ábra

Megkeresve azt a helyzetet, amikor még a tüzelés nem indul be, kis mennyiségű zajt és szinuszos modulációt hozzáadva megjelenik pár - időben véletlenszerű - impulzus (19. ábra), de a rendszerünk még nem mutat oszcillációt. A zaj segít ugyan, de még nem elég ahhoz, hogy a folyamat beinduljon, és periodikussá váljon.



$$A_T=0.3 \quad C=0.0165 \quad \sigma=0.08$$

19.ábra



$$A_T=0.3 \quad C=0.0165 \quad \sigma=0.6$$

20.ábra

A zajszint nagyságát növelve beindul a periodicitás (20.ábra). Tehát csak megfelelő mennyiségű zajt adva jön létre az akciós potenciál generálása. A fentebb ismertetett eredményekből jól látható, hogy az általunk vizsgált nemlineáris rendszerben fellép a sztochasztikus rezonancia jelensége, és hogyan viselkedik $1/f$ és fehér zaj hatására, bizonyos paraméterek mellett.

4.Összefoglalás

A következőkben összefoglaljuk a dolgozat főbb eredményeit:

- Numerikus és analóg számítógépes szimulációt fejlesztettünk ki a FitzHugh-Nagumo-féle neuron modellre. E módszerek lehetővé teszik a neuron működésének és a neuronrendszerekben előforduló sztochasztikus rezonancia jelenségének vizsgálatát;

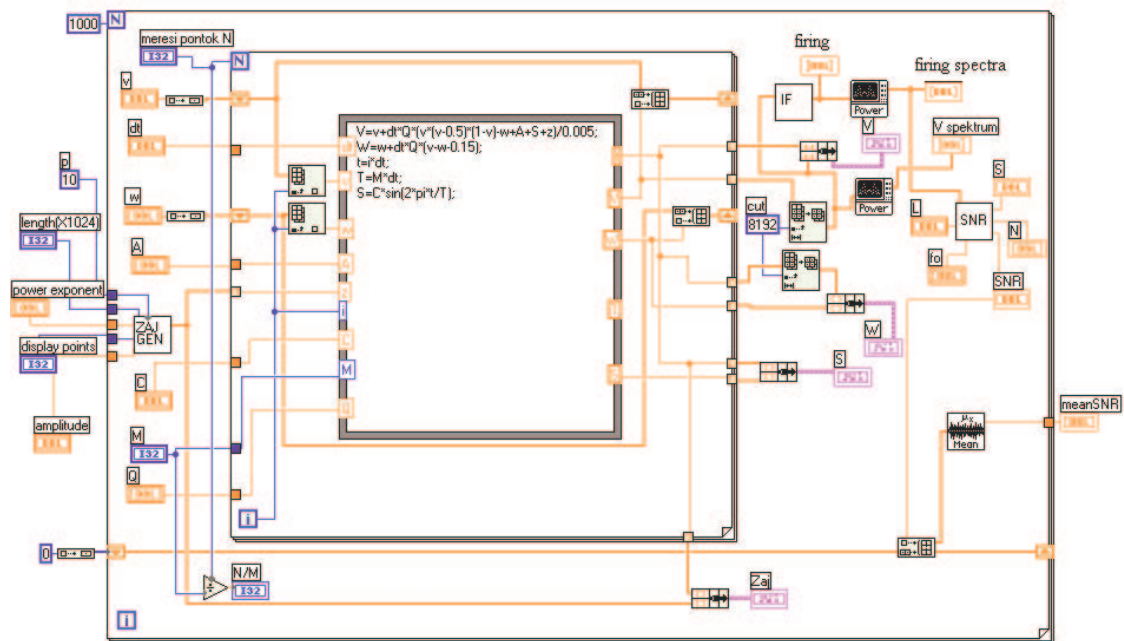
- D. Nozaki és szerzőtársai által publikált cikkben [2] közölt eredmények hibáinak kijavítása és helyes értelmezése a kapott eredményekkel. A cikk szerzői állításuk - miszerint $1/f$ zaj alkalmasabb a fehér zajnál sztochasztikus rezonancia létrehozására - értelmezését nem adták meg;

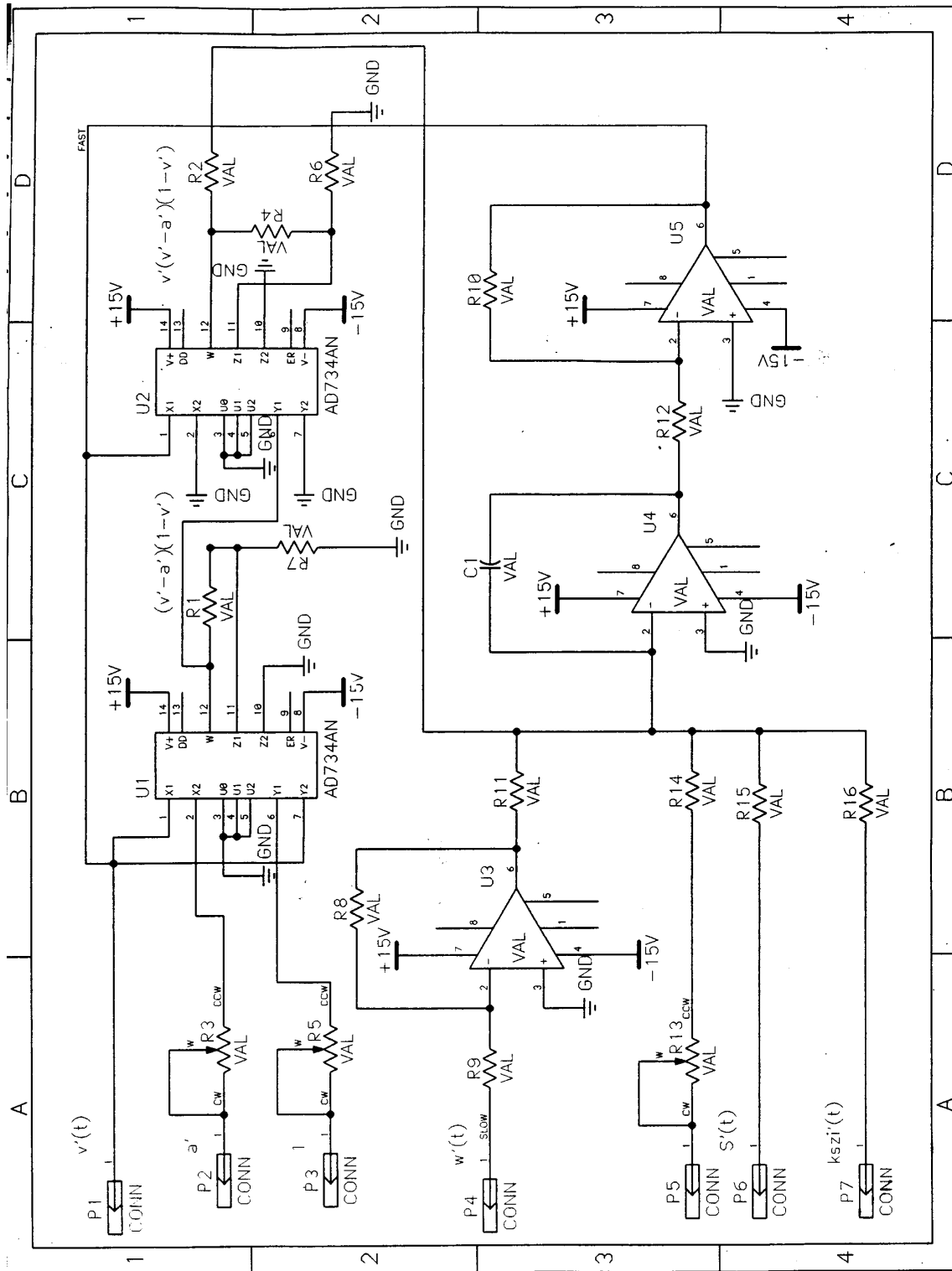
- További vizsgálatok lehetőségét teremtettük meg , melyek közé tartozhat például: $1/f$ és fehér zajtól különböző zajok a rendszerre gyakorolt hatásának vizsgálata.

5.Köszönetnyilvánítás:

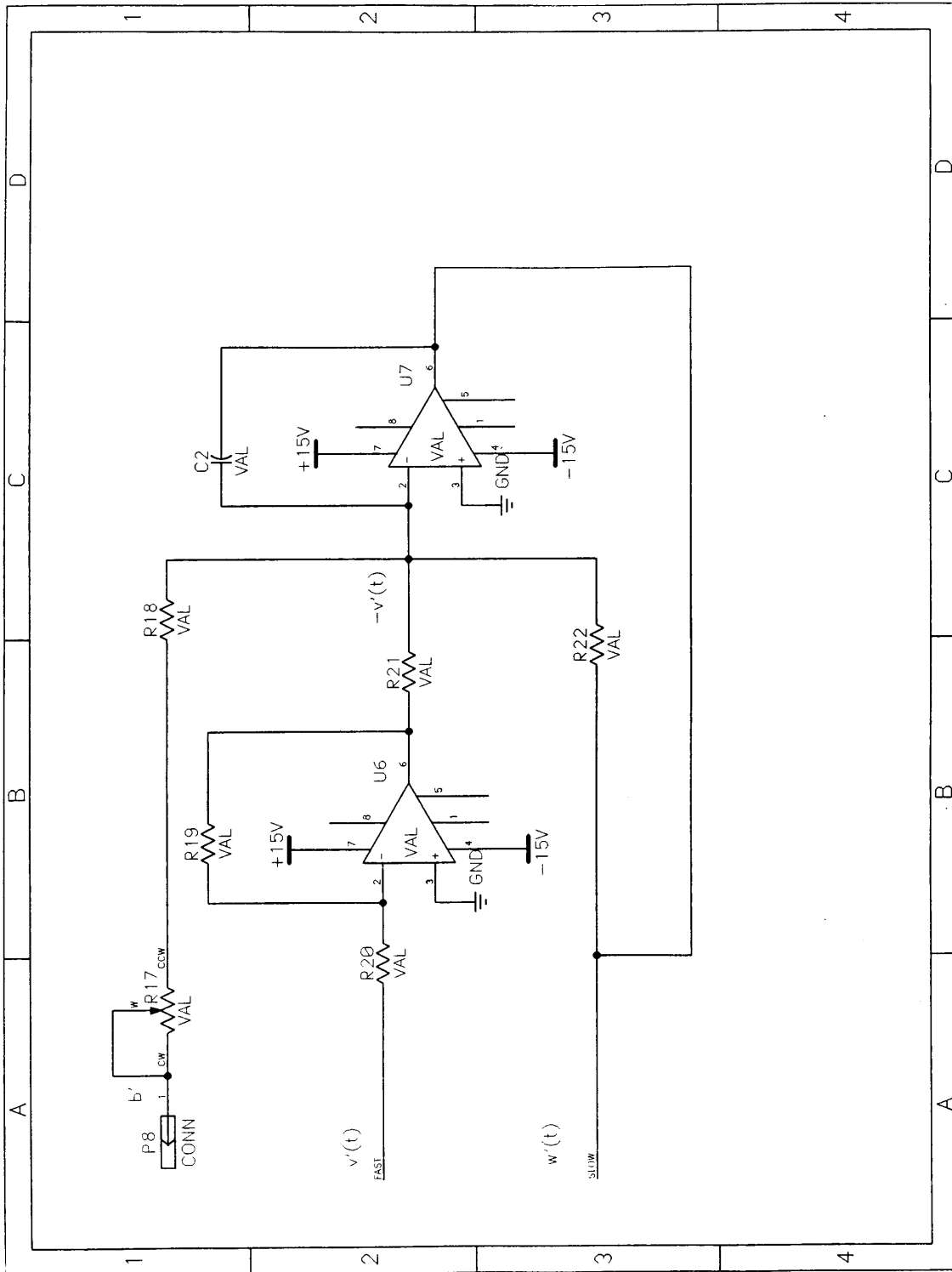
Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Gingl Zoltánnak munkámban nyújtott segítségét, és a Kísérleti Fizikai Tanszéknek, hogy lehetőséget, és helyet biztosított számomra e dolgozat elkészítéséhez.

6.Függelék F.1.

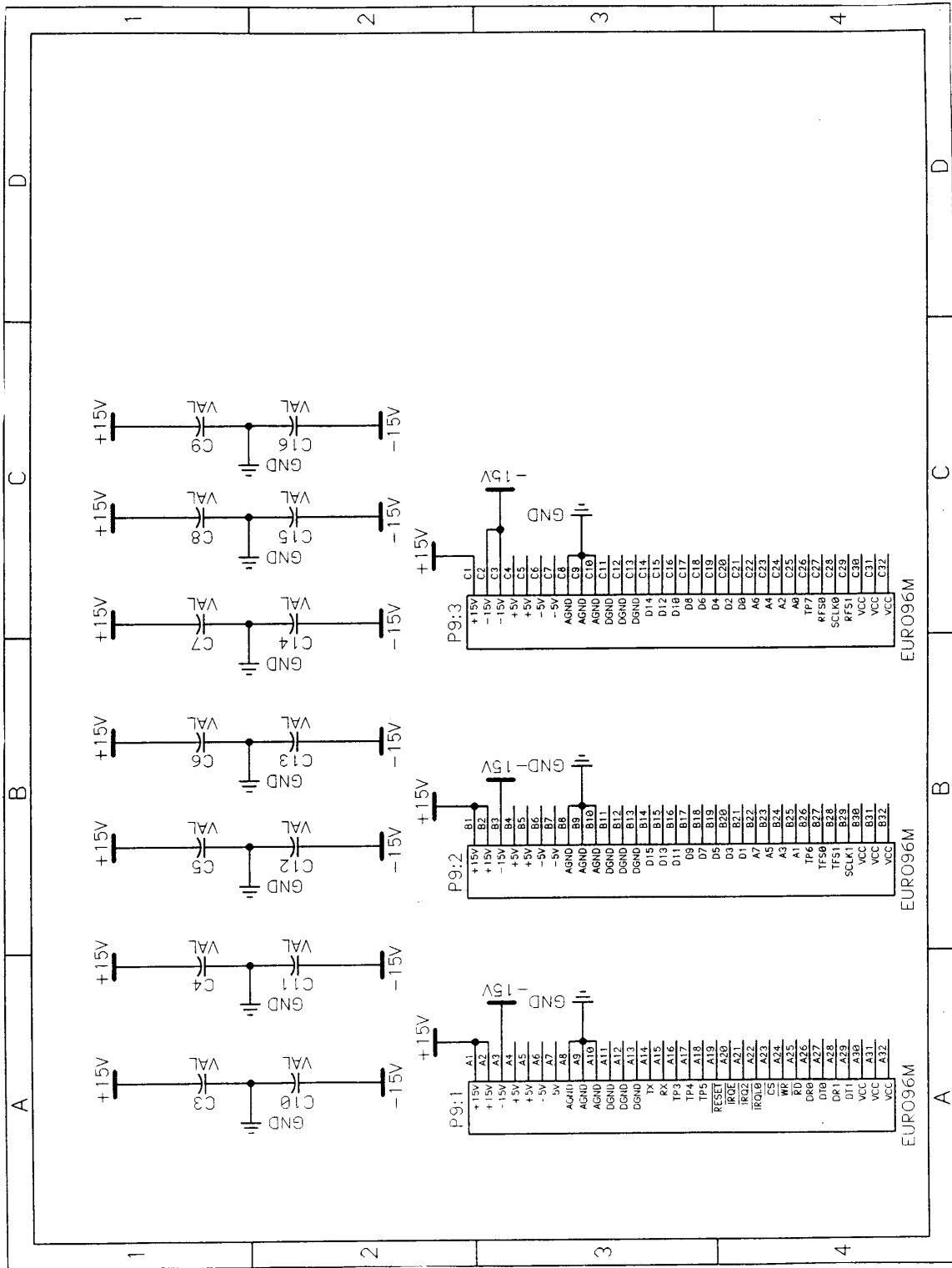




F.2.1.



F.2.2.



F.2.3.

7.Irodalomjegyzék:

- [1]Stochastic resonance in biological systems Chaos, Solitons and Fractals 11(2000) 1819-1822
- [2]D.Nozaki/ Y.Yamamoto:Enhancement of stochastic resonance in a FitzHugh-Nagumo neuronal model by colored noise/ Physics Letters A 243 (1998) 281-287
- [3]L.Gammaitoni, P.Hanggi, P.Jung, F.Marchesoni: Stochastic Resonance /Reviews of Modern Physics [3]Vol.70.No.1 January 1998
- [4]Donatella Petracchi: What is the role of stochastic resonance? Chaos, Solitons and Fractals 11(2000) 1827-1834
- [5]Dr. Ambrózy András: Elektronikus zajok, Műszaki Tankönyvkiadó 1972
- [6]Noise in physical systems, edited by A. Ambrózy, 1990