

József Attila Tudományegyetem

Természettudományi kar

**SZTOCHASZTIKUS REZONANCIA
VIZSGÁLATA ANALÓG SZÁMÍTÓGÉPPEL**

Szakdolgozat

Gyüre Attila

fizika tanár szakos hallgató

Témavezető:

Dr. Gingl Zoltán

JATE Kísérleti Fizikai Tanszék

Szeged

1999

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS.....	3
2. Műveleti erősítők.....	5
2.1 Feszültségek összegzése, szorzása.....	5
2.2 Egyenes erősítő.....	7
2.3 Fordító erősítő.....	7
2.4 Összegző és különbség képző erősítők.....	8
2.5 Differenciáló erősítő, integráló erősítő.....	9
3. Differenciálegyenletek megoldása analóg számítógéppel.....	11
3.1 Példa egyszerű differenciálegyenlet megvalósítására.....	13
4. Zajtípusok.....	15
4.1 Termikus zaj.....	16
4.2 Sörétzaj.....	16
4.3 1/f-zaj.....	16
4.4 Lavinazaj.....	17
4.5 Négyszögzaj.....	17
5. Zajok matematikai leírása.....	17
5.1 Statisztikus jellemzők.....	17
5.2 Véletlen folyamatok időbeli tulajdonságainak leírása.....	20
5.3 A mintavételi tétel.....	23
6. Sztochasztikus rezonancia.....	24
7. Sztochasztikus rezonancia megvalósítása.....	26
7.2 A mérés blokkvázlata.....	28
7.1.1 Zajgenerátor.....	28
7.1.2 Komparátor.....	30

7.2 A sztochasztikus rezonanciát megvalósító áramkör blokkvázlata.....	32
7.3 Analóg számítógép megépítése	32
7.3 Mérés menete.....	34
7.4 Mérési eredmények.....	37
8. ÖSSZEFOGLALÁS	40
9. IRODALOMJEGYZÉK	41
10. FÜGGELÉK	42
11. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.....	43

1. BEVEZETÉS

A természet egyik legalapvetőbb tulajdonsága a véletlenszerűség, ami a mai modern tudományokban is tükröződik. A történelem során sokáig tartotta magát az a nézet, hogy a véletlen csupán matematikai absztrakció. Azon kutatások eredményeit pedig amelyek nem ezt támasztották alá, az ismeretek hiányával hozták összefüggésbe. Azt állították, hogy léteznek megfelelő egyenletek és olyan kezdeti feltételek, melyek ismeretében a véletlen kiküszöbölhető. A kvantummechanika volt az az új tudományág, amely megdöntötte ezt az ok-okozati rendszert, ezzel új kutatási irányokat nyitva a természet-tudományokban. Az egyik ilyen irány a fluktuációk vizsgálata. A téma kutatása nem csak a megismerés miatt fontos, hanem számos gyakorlati alkalmazása van, melyek között szerepel az információátvitel is, ami napjaink egyik legfontosabb kutatási területe. A kutatások egyik irányának célja, a rendszereket érő fluktuációk minél nagyobb mértékű csökkentése. A másik irány azt vizsgálja, hogy miként javíthatja az információ szerzést a zaj. Mindkét irány sikerének egyik feltétele a létező zajok minél nagyobb mértékű ismerete. Egyes kutatások azt mutatták, hogy bizonyos rendszerek esetében a nyerhető információ a bemenő zaj intenzitásának függvényében maximumot mutat. Ezt a jelenséget nevezzük **sztochasztikus rezonanciának**. Ez a paradox jelenség tehát azt jelenti, hogy kell egy bizonyos mennyiségű zaj is ahhoz, hogy a rendszer kimenetén lévő jel/zaj viszony maximális legyen. A sztochasztikus rezonancia vizsgálatára lehetőség nyílik numerikus módszerek segítségével, illetve analóg számítógéppel. Az analóg

számítógéppel történő megoldás, az adott rendszer elektronikus áramkörrel való modellezését jelenti. Ennek előnye, hogy egy összetettebb rendszer esetén a megoldást nem olyan bonyolult, míg a numerikus módszer esetén az is előfordulhat, hogy a számítások nem vezetnek eredményre.

A sztochasztikus rezonancia egyik legismertebb modellje, a kettős potenciálgödörben lévő részecske.

A szakdolgozatomban is egy ilyen analóg számítógépes rendszernek a megtervezését és valósítását tűztem ki célul.

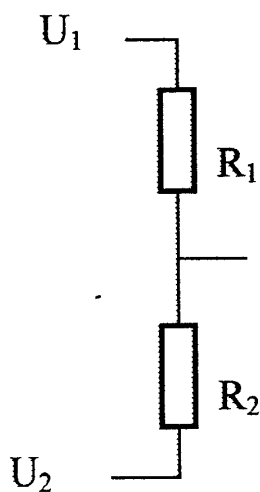
2. Műveleti erősítők

Az elektronikában léteznek olyan eszközök, melyek segítségével matematikai feladatok oldhatók meg úgy, hogy a matematikai változóknak a feszültséget vagy az áramot választva, alkalmas kapcsolásokkal biztosítva a műveleteket, az egyenleteket maga, az áramkör oldja meg. Ilyen feladatok megoldására alkalmasak a passzív (ellenállások, kondenzátorok) és az aktív áramköri elemek (tranzisztorok, műveleti erősítők). Az adatok értékelésében és feldolgozásában nagy segítségünkre lehetnek a számítógépek. Analóg/digitál konverterekkel a valós jeleket digitális jelekké alakíthatjuk át és így a mérések kiértékelése már számítógéppel történhet. Digitál/analóg konverterek segítségével pedig a mérést is irányíthatjuk számítógéppel. Igaz, hogy a konverterek okoznak némi pontatlanságot az átalakítások során, azonban ez az esetek többségében elhanyagolhatóan kis mértékű. A mérések pontatlanságát döntő mértékben befolyásolják az áramkörökben használt analóg elemek. Az áramkör tervezése során figyelembe kell venni azt is, hogy az áramköri elemek csak egy meghatározott feszültségtartományon belül használhatók.

2.1 Feszültségek összegzése, szorzása

A legegyszerűbb ilyen eszköz a két ellenállásból álló feszültségosztó.

[1.ábra] A kapcsolás hátránya, hogy az összeg a két bemenő feszültség közé esik. Így a tényleges összegnek csak egy konstanssal vett szorzatát kaphatjuk meg. Abban az esetben pedig, ha ezeket egymás után láncoljuk, akkor befolyásolják egymás működését.



$$U_u = \frac{U_1 \cdot R_2 + U_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

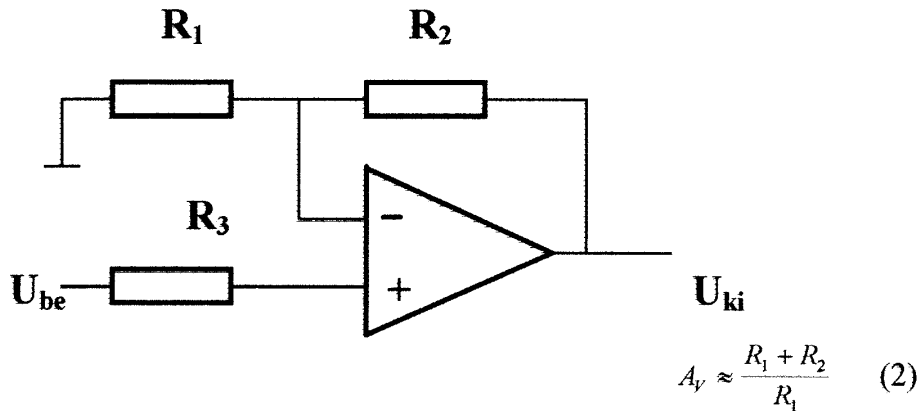
1.ábra

Ezeknek a hátrányoknak a kiküszöbölésére alkalmasak az aktív áramköri elemek, melyek segítségével a bemeneti feszültség megnövelhető. Ehhez a műveleti erősítőnek külön tápfeszültségre van szüksége. A könnyű alkalmazhatóság érdekében a műveleti erősítőket nagy bemeneti ellenállásra tervezték és a bemeneten található tranzisztorok bázisáramának csökkentésére törekedtek (Ez az áram típustól függően pA-tól μ A-ig terjedhet). Továbbá nagy bemeneti ellenállás mellett kis kimenő ellenállást biztosítottak. Így az alkalmazások során sok esetben a kimenő ellenállást elhanyagolhatjuk, a bemeneti ellenállást végtelennek tekinthetjük és a bemeneti áramot figyelmen kívül hagyhatjuk.

2.2 Egyenes erősítő

Az erősítő a két bemenet közötti feszültségkülönbséget erősíti [2.ábra].

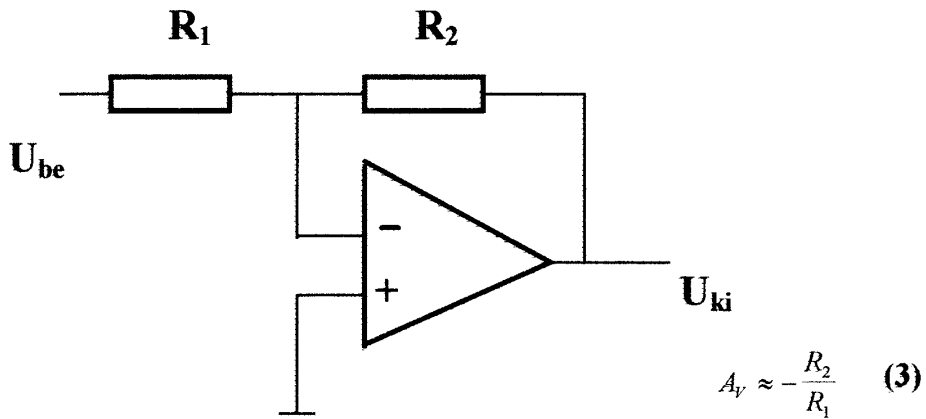
Mivel a két bemenet közötti feszültségkülönbség a kimeneten fellépő értékhez képest elhanyagolhatóan kicsiny, ezért közelítő számításoknál a két bemeneti feszültséget gyakran azonosnak vesszük.



2.ábra

2.3 Fordító erősítő

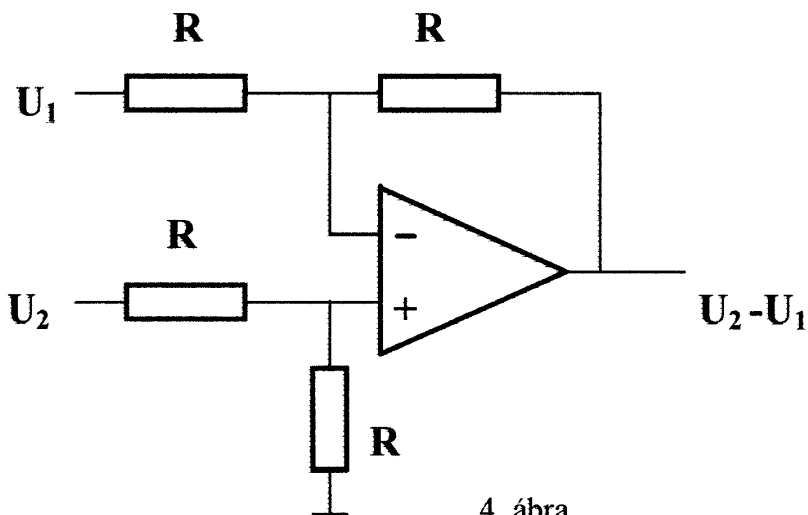
A fordító erősítő kapcsolása látható a 3. ábrán. Az U_{be} bemenő feszültség az R_1 ellenálláson keresztül az invertáló bemenetre hat. Ez a kimeneten a bemenő feszültséggel ellentétes polaritású kimenő feszültséget hoz létre. Ennek hatására az R_1 , R_2 ellenállásokon keresztül olyan áram jön létre, amely csökkenti a fordító bemenet feszültségét.



3. ábra

2.4 Összegző és különbség képző erősítők

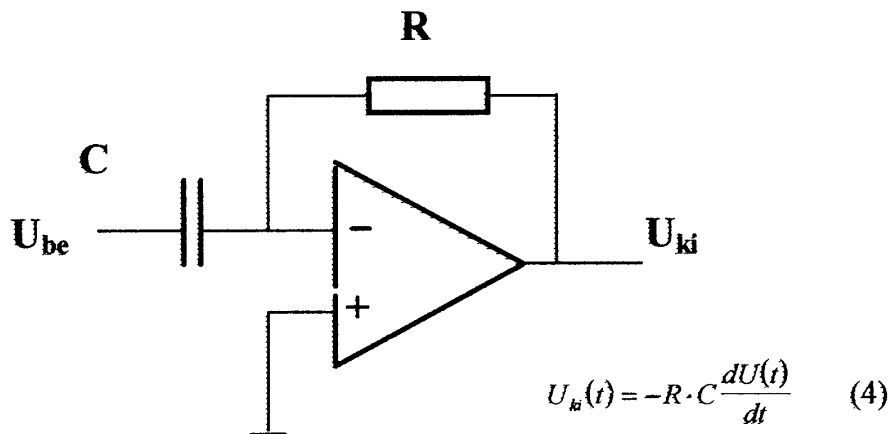
Műveleti erősítő felhasználásával két feszültség különbségét az ábrán látható módon végezhetjük el [4. ábra]. Az összegző annyiban különbözik az ábrán látható kapcsolástól, hogy a műveleti erősítő neminvertáló bemenetét leföldeljük, a két összeadandó feszültséget az invertáló bemenetre kötjük, ekkor a kimeneten a két feszültség összegének mínusz egyszerese lesz. A kapcsolás egyszerűen kiegészíthető több feszültség összegzésére is.



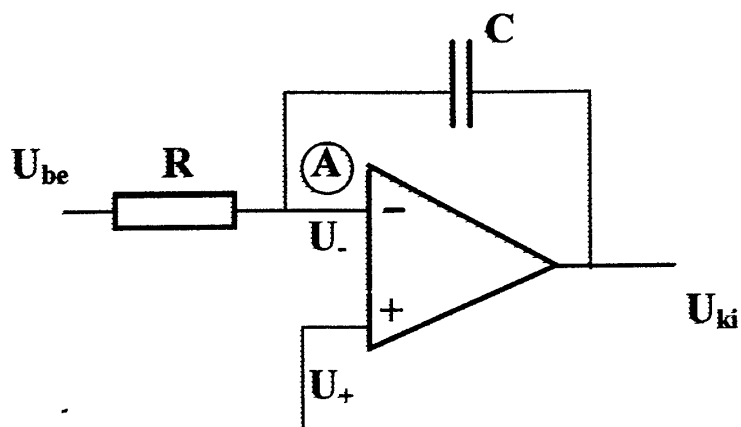
4. ábra

2.5 Differenciáló erősítő, integráló erősítő

Műveleti erősítők segítségével feszültségek idő szerinti differenciálhányadosát és integrálját is kiszámíthatjuk. Ez nagy segítségünkre lehet, bizonyos fizikai jelenségek modellezése során. A differenciáló kapcsolásnak ezt a közel ideális változatát [5.1.ábra] ritkán használjuk, mert gyors bemeneti jelváltozások esetén a kapcsolás túlvezérlésbe kerülhet, valamint a nagyfrekvenciás zajokat erősen kiemeli. Az integráló kapcsolást sokkal gyakrabban használják áramköri modellezésben, mert az integráló kapcsolás sokkal stabilabb és pontosabb, mint a differenciáló [5.2.ábra]. Ezért a differenciálokat integrálásokká, differenciálegyenleteket integrálegyenletekké célszerű átalakítanunk.



5.1.ábra



$$U_{ki}(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \int_0^t U_{be}(t) dt + U_{ki}(0) \quad (5)$$

5.2. ábra

Nézzük meg az integrátor kapcsolás működését egy kicsit részletesebben. Az R ellenálláson és a C kondenzátoron azonos I áram folyik, mivel az A jelű pontból a műveleti erősítő bemenetébe nem folyhat áram, így a következő kifejezést kapjuk az áramra:

$$I(t) = \frac{U_{be}(t)}{R} \quad (6)$$

Mivel ez megegyezik a C kondenzátoron átfolyó árammal, kiszámíthatjuk a kondenzátoron eső U_c feszültséget is. Ha a kondenzátoron a $t=0$ időpillanatban U_{c0} feszültség volt, akkor mivel a t idő elteltével átfolyó áram

$$\Delta Q(t) = \int_0^t I(t) dt \quad (7)$$

töltést halmozott fel rajta, így az U_c feszültségre

$$U_c(t) = U_{c0} + \left(\frac{\Delta Q(t)}{C} \right) = U_{c0} + \frac{\int_0^t I(t) dt}{C} \quad (8)$$

Felhasználva, hogy $U_{ki} = U_+ - U_c \approx -U_c$ és $U_{ki}(0) = -U_{c0}$ a következő egyenlethez jutunk:

$$U_u(t) = U_u(0) - \frac{1}{R \cdot C} \int_0^t U_{bg}(t) dt \quad (9)$$

Az integrál kezdeti feltételének a beállítását úgy végezzük, hogy a kondenzátor a kívánt $U_{ki}(0)$ feszültség (-1)-szeresére töltjük fel. Ehhez a kapcsolást ki kell egészítenünk néhány elemmel. Célszerű úgy módosítani a kapcsolást, hogy az integrálás kezdetét vezérelhessük. A bemeneten elhelyezett kapcsoló segítségével az integrálás idejét tudjuk meghatározni.

3. Differenciálegyenletek megoldása analóg számítógéppel

Az előzőekben láthattuk, hogy analóg áramköri elemekkel lehetőségünk van matematikai műveletek elvégzésére. Az analóg művelet végző áramkörökkel nem pusztán összeadásokat, szorzásokat végezhetünk, hanem differenciálegyenletek megoldására is alkalmasak. Így alkalmasak bizonyos fizikai jelenségek gyors és pontos modellezésére. Előnyük a digitális számítógépekkel szemben, hogy a jeleket nem kell digitalizálni, és a megoldást igen gyorsan képesek szolgáltatni. Ahhoz, hogy egy differenciálegyenletet analóg

számítógépekkel oldjunk meg a matematikai paramétereknek meg kell találni az analóg számítógép által is értelmezhető megfelelőjét. Erre a célra a feszültség idő függése szolgálhat. Így az $y(x)$ mennyiségnek a modellezés során az $U(t)$ idő függő feszültség fog megfelelni.

$$x = \frac{1}{\tau} \cdot t \quad (10)$$

$$\text{összefüggésekből } y(x) = \frac{U(t)}{U_0} \quad (12)$$

$$y = \frac{1}{U_0} \cdot U \quad (11)$$

Ilyen átalakításokra azért van szükség, mert az analóg számítógépet felépítő elemek meghatároznak egy feszültség intervallumot és egy időtartományt, amellyel pontosan tudják modellezni a feladatot, ezért az U_0 -at és τ -t úgy választjuk meg, hogy az eredmények a kívánt tartományba essenek. Sok esetben célszerű ezt a paramétert az integrátor időállandójának választani. A differenciálegyenletet át kell alakítanunk integrálegyenletté, mert az integráló kapcsolás elektronikailag stabilabb és pontosabb, mint a differenciáló. Következő lépésben realizáljuk az egyenletnek megfelelő kapcsolást. A realizálás során egyik fő szempont, hogy a kapcsolás minél egyszerűbb legyen, minél kevesebb áramköri elemet tartalmazzon. Ügyelni kell arra is, hogy nagyobb kimenő ellenállású jeleket ne kössünk közvetlenül összegzők, integrátorok bemeneteire. Ezek után következhet az integrátorok kezdeti feltételeinek beállítása. Itt figyelembe kell vennünk, hogy az integrátor kimenete csak véges idő múltán áll be a kívánt értékre.

Ezt az integrátorok kimenetein a feszültség mérésével ellenőrizhetjük. Mivel az integrátoroknak azonos időpillanatban kell indulniuk, ezért vezérlésüket célszerű azonos jellel végezni.

3.1 Példa egyszerű differenciálegyenlet megvalósítására

Egyszerű elsőrendű differenciálegyenlet megoldása. Vegyük a következő, a fizikában elég gyakran előforduló elsőrendű differenciál egyenletet:

$$\frac{dy}{dx} = -k \cdot y(x) \quad (13)$$

Ilyen egyenlet írja le például a környezeténél melegebb test lehűlését, vagy a kondenzátoron levő feszültség időbeli csökkenését. Ennek az egyenletnek a megoldása, a matematikában ismer megoldás alapján az

$$y(x) = y(0) \cdot e^{-k \cdot x} \quad (14)$$

eredményhez vezet.

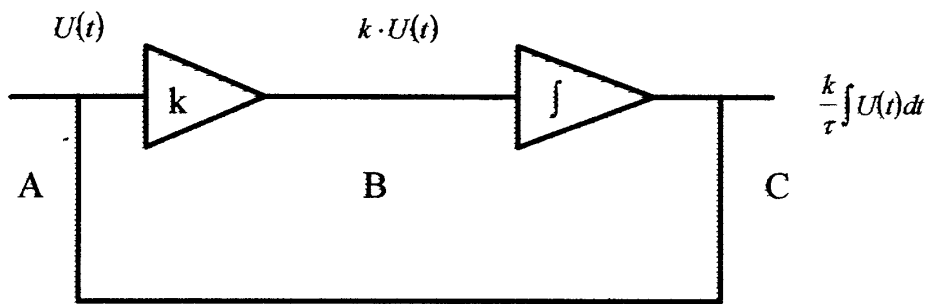
Ezt az eredményt analóg számítógéppel is megkaphatjuk. Először az egyenletet integrálegyenletté alakítjuk.

$$y(x) = y(0) - \frac{k}{\tau} \int_0^x U(t) dt \quad (15)$$

Az integrálegyenlet változóit át kell alakítanunk, hogy az elektronikában realizálható legyen, az x változó helyett $t = \tau \cdot x$ időt (ahol $\tau = R \cdot C$ az integrátor idő állandója), az y helyett az $U = U_0 \cdot y$ vesszük.

$$U(t) = U(0) - \frac{k}{\tau} \int_0^t U(t) dt \quad (16)$$

Ezt az egyenletet a következő kapcsolás reprezentálja [6. ábra]:



6. ábra

A kapcsolás a következőképpen működik. Az A pontban az $U(t)$ feszültség van. Mivel nekünk az $U(t)$ feszültség k konstanssal vett szorzatára van szükségünk, ezért az $U(t)$ feszültséget egy szorzón vezetjük át. A B pontban így $kU(t)$ feszültséget kapunk. Ezt a jelet integrálva megkapjuk az egyenlet jobb oldalát. (Az U_0 tagot az integrálás kezdeti feltételével állítjuk be) Mivel az egyenlet bal és jobb oldalán álló mennyiségek megegyeznek, ezért a C és A pontokat egy vezetékkel összekötjük. Ha biztosítjuk, hogy az integrátor kezdeti kimenő feszültsége $-U_0$ legyen, akkor az integrálás indításával előállíthatjuk az egyenlet $U(t)$ megoldását az idő függvényeként. A kapcsolásunk egyszerűsíthető, ha a

$$\tau = \frac{R \cdot C}{k} \quad (17)$$

szerint választjuk meg τ értékét. Így a szorzóra nincs szükség és a megoldás egyetlen integrátorral realizálhatóvá válik.

4. Zajtípusok

A véletlen folyamatokat amelyeknek nem tudjuk megadni a jövőbeli viselkedésüket, **sztochasztikus folyamatoknak** nevezzük. A sztochasztikus jelleg, alapvető szerepű a méréselméletben is. Adott rendszerre vonatkozóan, a rendszert vizsgálhatjuk a fluktuációja alapján. Ennek előnye, hogy a vizsgált rendszert a méréshez nem szükséges gerjeszteni, így anélkül nyerhetünk a rendszerről információt, hogy a rendszerbe beavatkoznánk. Ezáltal olyan folyamatok válnak ellenőrizhetővé amelyek más módon nem lennének mérhetőek. Az integrált áramkörök működésének vizsgálatánál is sokszor célszerű ezt a módszert alkalmazni. A zavaró jelek nagysága megszabja a legkisebb feldolgozó hasznos jel értékét. A zavaró jelek egyik megjelenési formája határozott időbeli lefolyású (általában periodikus) determinisztikus jel. Ilyen zavarjel származhat az 50 Hz-es hálózathoz például tökéletlen tápfeszültség stabilizálás miatt. A zavaró jelek másik megjelenési formája véletlen folyamatok eredményeként keletkezik, csak statisztikusan jelentkező sztochasztikus jel. Ilyen jel, például az erősítők zaja, amellyel minden erősítő esetén számolnunk kell. A zaj alapvető forrása, elektronikus áramkörök esetén az a tény, hogy az elektromos töltés nem folyamatos mennyiség, hanem csak az elektron töltésének sokszorosa lehet.

Néhány alapvető zajtípus

4.1 Termikus zaj

Olyan zaj, amely a vezetők, illetve félvezetők áramvezetése során keletkezik, a kristályban lévő hibahelyek és szennyező atomok hatására. A töltéshordozók ezekkel a hibahelyekkel ütköznek. Ezekben az ütközésekben szerepet játszik a hőmérséklet következtében létrejövő hőmozgás is. A töltéshordozók energiája az ütközések során megváltozhat, és mivel ez teljesen véletlenszerűen történik, az eredő áram illetve feszültség fluktuációját okozza.

4.2 Sörétzaj

A sörétzaj elsősorban akkor keletkezik, ha a töltéshordozók egy potenciálkülcsőbön haladnak keresztül. Elektronikus eszközökben sörétzaj elsősorban pn átmeneten folyó áram hatására keletkezik. A töltéshordozók energiájának véletlenszerű értékétől függően ugyanis a potenciálfalon átjutó töltéshordozók száma statisztikusan ingadozik az átlagérték körül. A keletkező zajteljesítmény arányos a potenciálfalon áthaladó árammal.

4.3 1/f-zaj

A 1/f zaj vagy más néven flickerzaj elsősorban félvezetőkben eszközökben keletkezik, a kristályhibák és szennyezések következtében keletkező töltéshordozó-csapdák által statisztikusan befogott töltéshordozóknak tulajdonítják. Ez az áramösszetevő is függ az eszközön folyó áramtól.

4.4 Lavinazaj

A lavinazaj a sörétzajhoz hasonló, árammal arányos zajforrás, a lavinatartományban működő pn átmeneten keletkezik. Ez a zajtípus dominál például lavinatartományba működő Zéner-diódáknál.

4.5 Négyyszögzaj

Félvezető eszközökben, nem teljesen tisztázott okból és nem minden eszközben fellépő zajösszetevő, kapcsolatban van bizonyos nehézfémionok jelenlétével. Kisfrekvenciás, ugrásalakú jelváltozások formájában jelentkezik. Az áramkörökben található ellenállások elsősorban termikus zajt termelnek, a diódák pedig főként sörétzajt és termikus zajt, valamint $1/f$ zaj összetevőt is tartalmaznak. A lavinatartományba működő Zéner-diódáknál a lavinazaj dominál, alkalmazásukat kiszajú áramkörökben kerülni kell.

5. Zajok matematikai leírása

5.1 Statisztikus jellemzők

A véletlen folyamatok statisztikus jellemzőinek matematikai leírására a valószínűségszámítást használjuk. Az adott folyamatban a fizikai mennyiségeknek megfeleltetett változónak az úgynevezett valószínűségi változóknak a tulajdonságát vizsgáljuk. Tegyük fel, hogy egy U feszültséget mérünk digitalizált formában, amely véletlenszerű ingadozást mutat egy meghatározott U_0 körül. Az U valószínűségi változó jellemzéséhez nem elég csupán U_0 átlagértékének ismerete, hiszen az elég kevés információt ad a folyamatról. Többet tudunk azonban a folyamatról, ha meg

tudjuk mondani, hogy egy adott U érték milyen valószínűséggel fordul elő. Ezt a valószínűséget p_k -val jelöljük, ahol p_k értéke egy 0 és 1 közé eső szám. k pedig a lehetséges U értékek számát jelöli. Ekkor teljesül, hogy:

$$\sum_k p_k = 1 \quad (18)$$

A folyamat várhatóértékét a következőképpen adhatjuk meg:

$$M(U) = \sum_k U_k p_k = 1 \quad (19)$$

A középértékét pedig:

$$U(N) = \sum_k \frac{n_k}{N} U_k \quad (20)$$

összefüggés határozza meg, ahol N a különböző feszültségértékek száma, n_k pedig azt mutatja meg, hogy egy U_k feszültséget hányszor kapunk. A folyamat leírását megkönnyíti, ha bevezetünk egy új mennyiséget, a szórást. Így nem kell az ingadozás mértékét az összes p értékkel jellemeznünk. A szórást $D(U)$ -val jelöljük.

$$D(U) = \sqrt{\sum_k [U_k - M(U)]^2 p_k} \quad (21)$$

Ez a szám azt jellemzi, hogy az U mennyire korlátozódik szűk tartományra. A várhatóérték és a szórás természetesen kevesebb információt ad

mint a p valószínűségek, de a gyakorlatban sokszor ez elégnek bizonyul. Folytonos értékészletű feszültség esetén, a valószínűséget vizsgálva azt látjuk, hogy az összeg nem változik, de a p értékek összegként már nem vizsgálhatók. Így egy olyan $P(U)$ függvényt keresünk, melyre a $P(U)dU$ mennyiség azt adja meg, hogy mekkora valószínűséggel esik a feszültség az U érték körüli kicsiny intervallumba. Ekkor a valószínűségek összegét a következő össze-függés határozza meg:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(U)dU = 1 \quad (22)$$

Ekkor a várhatóérték, a szórás és az eloszlásfüggvény a következő alakú lesz.

$$M(U) = \int_{-\infty}^{\infty} U \cdot p(U)dU \quad (23)$$

$$D(U) = \int_{-\infty}^{\infty} [U - M(U)]^2 p(U)dU \quad (24)$$

$$F(U) = \int_{-\infty}^U p(U')d'U \quad (25)$$

Ha olyan fizikai mennyiséget írunk le, ahol egyszerre több fizikai folyamatot vizsgálunk, akkor tudnunk kell, hogy a valószínűségi változók függetlenek-e egymástól. X és Y valószínűségi változókról akkor mondjuk, hogy függetlenek egymástól, ha annak a valószínűsége, hogy $x=x_0$ és egyidőben $y=y_0$, egyenlő $x=x_0$ valószínűsége szorozva $y=y_0$

valószínűségével. Ekkor a várhatóérték a szórás és a sűrűségfüggvény a következőképpen alakul:

$$M(Z) = M(X) + M(Y) \quad (26)$$

$$D^2(Z) = D^2(X) + D^2(Y) \quad (27)$$

$$p_z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x') p_y(x' - x) d'x \quad (28)$$

Ezek a kifejezések csak sztochasztikusan független folyamatokra érvényesek.

5.2 Véletlen folyamatok időbeli tulajdonságainak leírása

Ha egy folyamat tulajdonságai időben változnak, akkor ahhoz hogy a folyamatot le tudjuk írni, fel kell vennünk az időt mint új paramétert. Ebben az esetben például a várhatóérték számítása igen nehézkessé válik, hiszen sok teljesen azonos körülményű rendszerre lenne szükségünk. Mivel erre általában nincs lehetőségünk, ezért szükséges újabb mennyiséget bevezetnünk. Vegyünk egy véletlenszerűen ingadozó $U(t)$ feszültséget. Ekkor az $U(t)$ feszültség középértékét $\langle U(t) \rangle$ -t, úgy adjuk meg, hogy a mérés T idejére képezzük az $U(t)$ jel átlagértékét.

$$\langle U(t) \rangle_T = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U(t) dt \quad (29)$$

$T \rightarrow \infty$ esetén kapjuk az $\langle U(t) \rangle$ időátlagot. Ahhoz hogy az $M(U)$ várható-érték megegyezzen $\langle U(t) \rangle$ -vel első megszorításban a statisztikai jellemzőknek idő függetlennek kell lenni. Az ilyen folyamatokat **stacionárius folyamatoknak** nevezzük. A stacionaritás azonban még nem jelenti azt, hogy a térbeli és időbeli átlagok megegyeznek. Azokat a folyamatokat amelyekre mindkét feltétel teljesül **ergodikus** folyamatoknak nevezzük. A továbbiakban definiálunk néhány mennyiséget amely a sztochasztikus folyamatok időbeli tulajdonságát írja le. Az első ilyen mennyiség, ami a jelforrás memóriájával van kapcsolatban, az $x(t)$ jelforrás **autókorreláció függvénye**:

$$R_{xx}(t, t + \tau) = M[x(t) \cdot x(t + \tau)] \quad (30)$$

Ez a függvény azt jellemzi, hogy a jel τ idejű eltolás esetén mennyire „hasonlít” önmagára. Abban az esetben, ha bármely $\tau > 0$ esetén az autókorreláció függvény nullával egyenlő, akkor a folyamatot korrelálatlannak nevezzük. ($\tau = 0$ esetén a függvény a jel négyzetének várhatóértékét szolgálja). Érdekes a periodikus függvények esete, ahol a korrelációs függvény is periodikus. Ez abban az esetben fontos ha a zajban eltemetett periodikus jelet akarunk detektálni. Ha a zaj autókorrelációs függvénye lecsengő, akkor nagy τ értékre, már csak a periodikus jelből származó korreláció jelentős. A fontos definíció még a **keresztkorreláció függvénye**, amely két függvény közötti kapcsolatot fejezi ki, a következő alakú:

$$R_{xy}(t, t + \tau) = M[x(t) \cdot y(t + \tau)] \quad (31)$$

Ennek segítségével például két sztochasztikus folyamat egymásra gyakorolt hatását vizsgálhatjuk. Olyan esetekben ahol lineáris differenciál egyenletek írják le a folyamatot, vagy amelyek periodikus kapcsolatokat tartalmaznak, hasznos, ha a folyamatot frekvenciatartományban is jellemezni tudjuk. Erre a célra a teljesítményspektrum szolgál amely nem más mint az autókorrelációs függvény Fourier transzformáltja:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (32)$$

Ezt csak stacionárius esetre szokták definiálni, mivel az időfüggés miatt matematikai nehézségek lépnek fel. A teljesítmény elnevezés onnan származik, hogy ha az időfüggő jel, feszültség akkor az $S_{xx}(f)df$ mennyiség azzal a teljesítménnyel azonos, ami az $f, f+df$ frekvenciatartományba esik. A teljesítmény spektrum, az autókorrelációs függvény ismerete nélkül is megadható, az amplitúdó spektrumból melynek definíciója :

$$F_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (33)$$

A Wiener-Hincsin összefüggés szerint:

$$S_x(f) = F_x(f) \cdot F_x^*(f) \quad (34)$$

ahol a * a komplex konjugáltat jelöli.

5.3 A mintavételi tétel

A digitális jelanalízis és a számítástechnika rohamos fejlődésének köszönhetően lehetőség nyílik az ergodikus jelek hatékonyabb elemzésére. Így a jel spektruma, korrelációs függvénye és sűrűségfüggvénye könnyen meghatározható. Analóg módszerrel is meghatározható lenne az időfüggés, azonban, az alacsony frekvenciás tartományban, a gyors és pontos analóg/digitál konvertereknek köszönhetően, a nagyobb pontosság és nagyobb hatékonyság miatt a digitális technika terjedt el. Az analóg/digitál konverter a jel, idő és amplitúdó konvertálását végzi, pontosabban a mért értéket egy egész számmá alakítja. Ez természetesen a jel torzítását jelenti, azonban ez a pontosság a legtöbb esetben elegendőnek bizonyul. Az időbeli kvantáltság azonban már egy összetettebb probléma. Ugyanis az $x(t)$ jelnek csak bizonyos t időpontbeli értékét ismerjük. Ezért ha lehetséges, célszerű a mintavételi pontokat ekvidisztánsra választani. Ekkor beszélünk periodikus mintavételezésről. A továbbiakban periodikus mintavételezést tételezünk fel. Így az $x(t)$ folytonos függvény helyettesíthető a következő mintavételi függvénnyel:

$$x_m(t) = \Delta t \sum_i x(t_i) \delta(t - t_i) \quad (35)$$

Ahol δ a Dirac féle függvényt jelöli, Δt pedig a két szomszédos idő különbsége. Egy folyamatos jel, diszkrét értékekben történő mérése során az a cél, hogy a mintavételezési időt úgy állítsuk be, hogy bármely idő pillanatba meg tudjuk mondani a függvény alakját, függetlenül attól, hogy az adott időpontban mérünk-e. Ezt fogalmazza mag a **mintavételi tétel**:

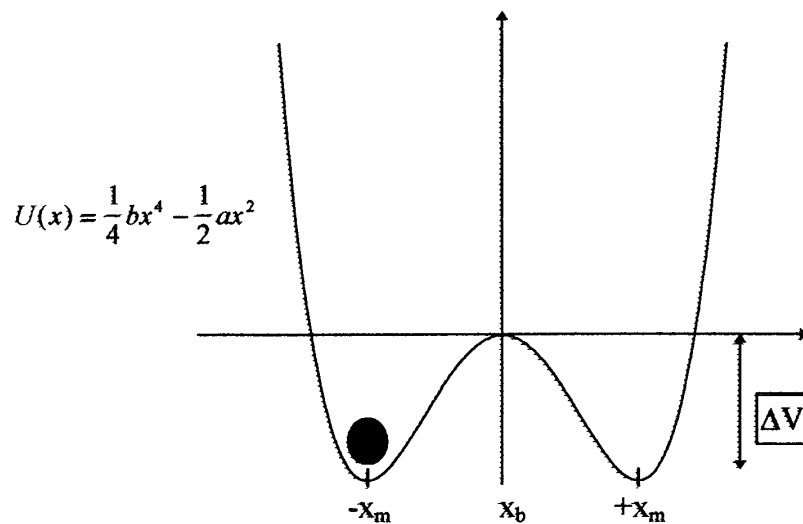
Ha az $x(t)$ jel Fourier felbontásában az f_0 -nál nagyobb frekvenciájú komponensek amplitúdója nulla, akkor a jelet teljes mértékben meghatározzák az $1/2 f_0$ időközönkénti mintái a következő formula szerint:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{i}{2f_0}\right) \frac{\sin \pi 2f_0 \left(t - \frac{i}{2f_0}\right)}{\pi 2f_0 \left(t - \frac{i}{2f_0}\right)} \quad (36)$$

Ha a mintavételezést nem a mintavételi tételnek megfelelően végezzük, akkor meghamisítjuk a jelet. A tétel teljesítésének a feltétele, hogy ismerjük az adott jel felső határfrekvenciáját. Amennyiben ezt nem ismerjük, vagy meghaladja a mérőműszer által megadott tartományt, akkor alul-áteresztő szűrőt kell alkalmazni, ami levágja a magas frekvenciás részt, ezáltal garantálja a tétel betartását. Ez ugyan módosítja a jelet, de nem befolyásolja a spektrumot a kisebb frekvenciákon.

6. Sztochasztikus rezonancia

Az elektronikai áramköröket tartalmazó eszközök működését különböző elektronikus zajok zavarják, ezért általában az olyan eszközök esetén, mint például a híradástechnikában használt erősítők, arra törekednek, hogy ezt a zajt minél kisebbre csökkentsék. Azonban vannak olyan rendszerek is melyek jobban működnek egy adott zajszint mellett. Ezt a jelenséget nevezzük sztochasztikus rezonanciának. Sztochasztikus rezonancia modellezésére alkalmas a szimmetrikus kettős potenciál-gödörben lévő részecske [7.ábra]. A potenciálgödört a következő egyenlet írja le:



7. ábra

A minimumok helye: $\pm x_m$ -nél van, ahol x_m értéke: $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$.

A két potenciált elválasztó potenciálgát mérete:

$$\Delta V = \frac{a^2}{4b}$$

A potenciálgát maximuma $x_b=0$ -nál van.

Ez a következőképpen modellezi a sztochasztikus rezonanciát. A gödörben lévő részecskét periodikus jellel mozgatjuk. A jel amplitúdóját úgy határozzuk meg, hogy a részecske éppen ne tudjon átlépni az egyik potenciál-gödörből a másikba. Abban az esetben, ha kimeneti jelnek a két potenciál közötti átmeneteket tekintem, akkor jelen esetben ennek a rend-

szernek a kimenetén nincs jel. Most elkezdjük a zajt bevinni a rendszerbe. Ekkor a zaj, a részecske periodikus jeléhez minden pillanatban hozzáadódik. Ha a jel eléri a maximumát, és kap egy pozitív irányú lökést a zajtól, akkor átbillenhet. A másikoldali potenciálgödörből pedig ugyanígy vissza. A kimeneten megjelenik egy jel. Ez a jel, mivel a periodikus jel és a zaj összegeként képződik, ezért tartalmaz információt a periodikus jelünkről. Mivel zaj nélkül a kimeneten nem volt semmilyen információ a periodikus jelünkről, így megállapíthatjuk, hogy a zaj hatására információt nyertünk. Természetesen az információ mértéke csak egy adott zajértékig nő, utána csökkenni kezd, mert ha a zaj elegendően nagy, saját maga is képes a részecske ugráltatására. Ezért a kimeneten megjelenő jel információ tartalmát a jel/zaj viszony határozza meg.

7.Sztochasztikus rezonancia megvalósítása

A sztochasztikus rezonancia vizsgálatához a következő differenciálegyenletet alakítjuk át elektronikus kapcsolássá, amely a kettős potenciálgödört valósítja meg.

$$\frac{dy}{dx} = y^3(x) - y(x) + A \cdot \sin \omega \cdot t + \xi_n(t) \quad (38)$$

Az egyenletben a ξ_n tag a véletlenszerű gerjesztést jelenti. Ahhoz, hogy az egyenletet megvalósító, analóg számítógépet megtudjuk építeni az egyenletet át kell alakítani az előzőekben tárgyalt módon, először az x , y mennyiségekről áttérünk a t időre és az U feszültségre. A $t = \tau \cdot x$ és $U = U_0 \cdot y$ összefüggések felhasználásával.

Ekkor:

$$\frac{d}{dx} = \tau \cdot \frac{d}{dt} \quad (39)$$

$$y\left(\frac{t}{\tau}\right) = U(t) \quad (40)$$

Az átalakításokat elvégezve a következő differenciálegyenlethez jutunk:

$$\tau \cdot \frac{dU}{dt} - U^3(t) + U(t) - A \cdot \sin \omega \cdot t + \xi_n(t) = 0 \quad (41)$$

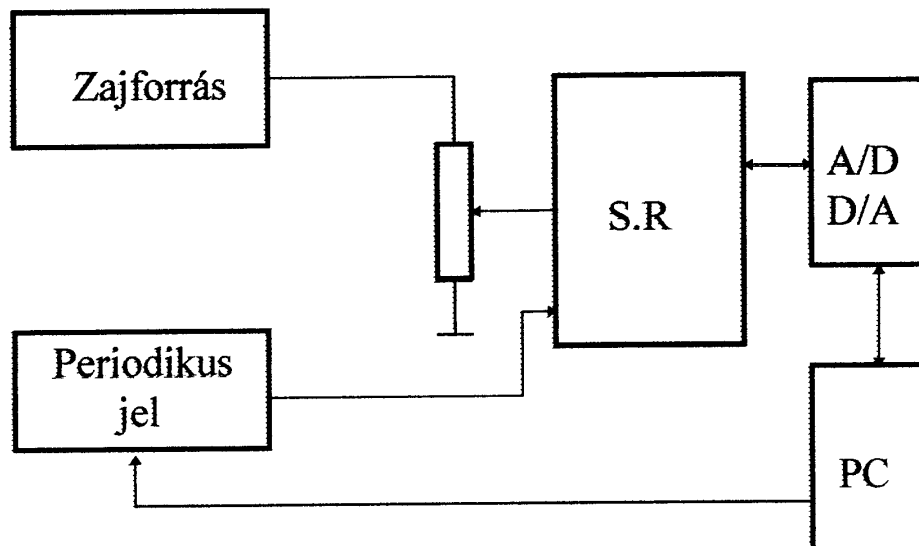
Ezt a differenciálegyenletet alakítjuk át, integrálegyenletté.

$$\tau \cdot U(t) = \int (U^3(t) - U(t) + A \cdot \sin \omega \cdot t + \xi_n(t)) + U_1 \quad (42)$$

Ahol U_1 egy integrálási konstans. A kész integrálegyenlet birtokában elkezdhető az egyenlet analóg számítógéppel történő megvalósítása.

7.2 A mérés blokkvázlata

[8.ábra]

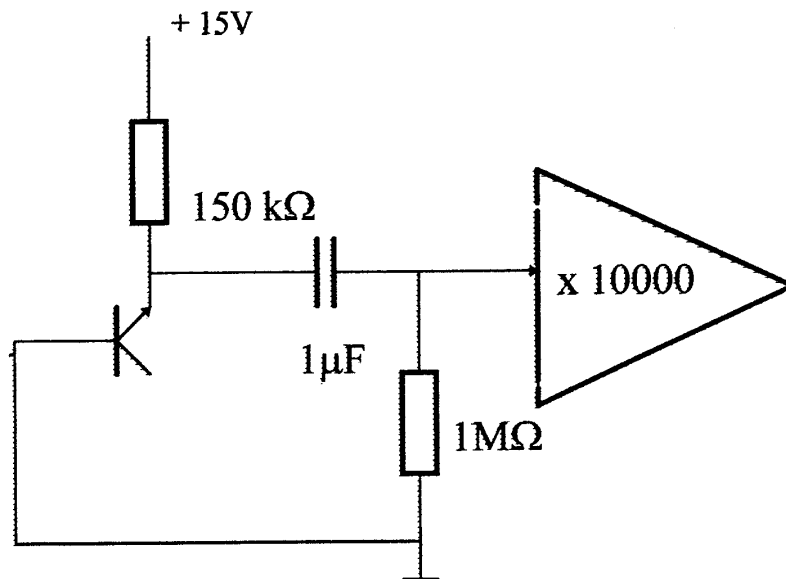


8. ábra

A zajgenerátor, az ábrán látható módon egy potenciométeren keresztül kapcsolódik a sztochasztikus rezonanciát modellező áramkörbe. A jel amplitúdóját ezzel a 10 k Ω -os potenciométerrel szabályozhatjuk.

7.1.1 Zajgenerátor

A zajgenerátort úgy építettem meg, hogy az általa generált fehérzaj frekvenciája legfeljebb 2 kHz-es legyen. A zaj forrása egy tranzisztor volt, melynek a bázis emitter diódáját záróirányba feszítettem elő a 9.ábrán látható módon:



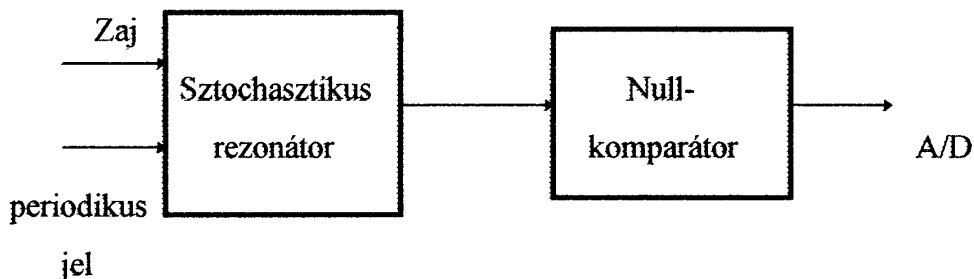
9. ábra

A zajgenerátor frekvenciáját azért kellett csökkenteni, mert a nem volt képes a sztochasztikus rezonanciát modellező áramkör billegtetésére. Ezért a frekvenciát csökkentettük, egy alul áteresztő szűrő segítségével, az optimális működés érdekében 2kHz-re. A rendszerhez kapcsolt periodikus jelet a számítógép által vezérelt egységből kapjuk. Ahhoz, hogy a számítógép egy analóg áramkörrel kommunikálni tudjon, az áramkör jeleit digitális jelekké kell átalakítanunk, míg a számítógép digitális jeleit analóg jelekké. Ezek az átalakítások digitál/ analóg illetve analóg/ digitál konverterek segítségével végezhetők el. Természetesen a számítógéphez kapcsolt konvertereken át, a számítógépbe jutó digitális jelek feldolgozásához programra van szükség. A méréshez illetve a mérés vezérléséhez helyi fejlesztésű programokat használtam.

Az így össze-állított mérés előnye a gyors és pontos vezérlés, amely a számítógépnek köszönhető.

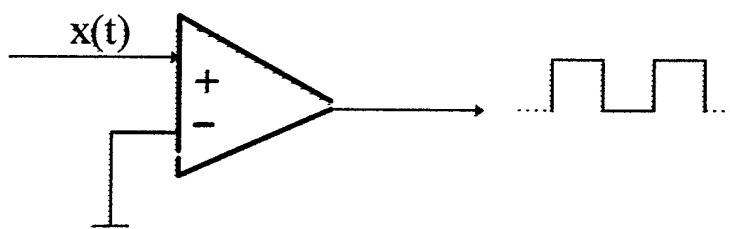
A sztochasztikus rezonanciát modellező rendszer kimenete egy null-komparátorra van kötve[10.ábra]. Ennek a komparátornak az a feladata, hogy mielőtt a számítógépbe jutna a jel, kiszűrje az egyes potenciál gödrökön belül történő rezgést. Így a számítógép csak a potenciálgödrök közötti billegést méri.

7.1.2 Komparátor



10. ábra

A komparátor kimenetén csak a billegésnek megfelelő jel jelenik meg, azaz csak akkor van a jelalakban átmenet, ha a rendszer az egyik potenciálgödörből, a másikba került. A szűrés a mérés során egy null-komparátorral oldható meg.[11.ábra]

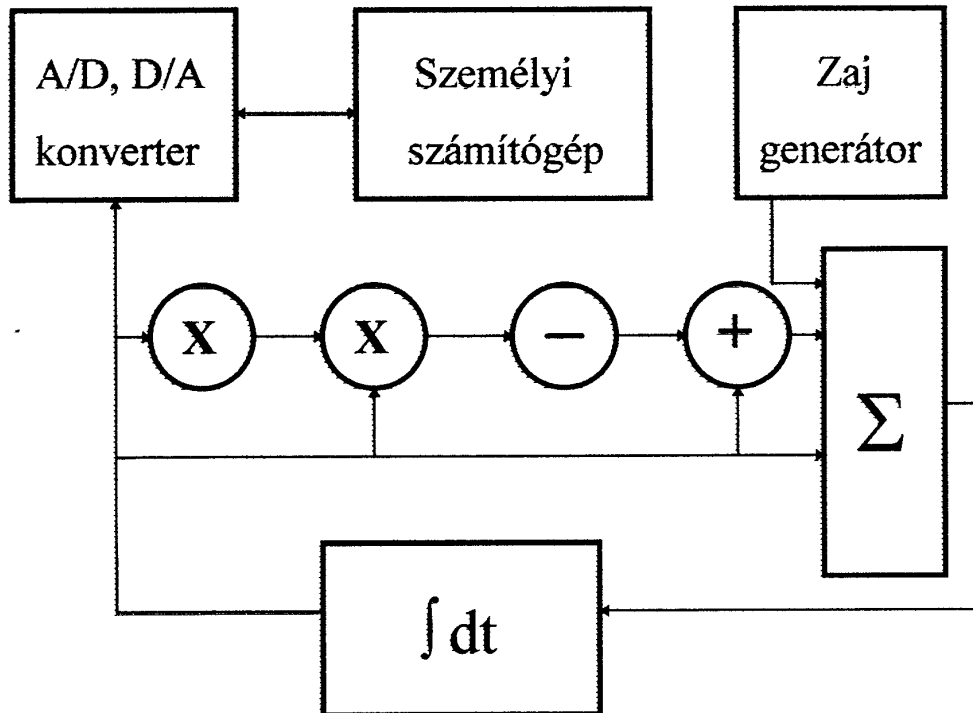


11.ábra

A null-komparátornak köszönhetően, abban az esetben, amikor a sztochasztikus rezonanciát modellező rendszerre csak akkora jel van kapcsolva, amely nem képes a rendszert az egyik állapotából a másikba billenteni, a komparátor kimenetén nincs változás.

7.2 A sztochasztikus rezonanciát megvalósító áramkör blokkvázlata

[12.ábra]



12. ábra

7.3 Analóg számítógép megépítése

A differenciálegyenletet modellező blokkvázlat alapján nekiállhatunk a kapcsolási rajz megtervezésének.

1. Kapcsolási rajz megtervezése: A blokkvázlaton szereplő szorzót, invertert, összegzőt, illetve integrátort a gyakorlatban műveleti erősítők segítségével valósítjuk meg. A differenciálegyenletet megvalósító áramkör kapcsolási rajza a függelékben található.

2. Az áramkör tervezésénél először is figyelembe kell vennünk az áramkör kimeneti és bemeneti jeleire való kikötéseket. Ezek a feltételek határozzák meg, hogy a tervezendő kapcsolásban milyen áramköri elemeket használhatunk fel.
3. A következő lépés a kapcsolási rajzon szereplő áramköri elemek kiválogatása. A kereskedelemben sok cég gyárt műveleti erősítőket, így a katalógusok segítségével könnyen hozzájuthatunk ezekhez az alkatrészekhez. Az összeadó, integráló, illetve invertáló műveleti erősítők az elektronikában tömegcikknek számítanak, így az áruk sem magas. Azonban az analóg szorzó áramkörökre jóval alacsonyabb a kereslet, ezért az áruk több tízszerese is lehet, a hasonló bonyolultságú eszközökhöz képest.
4. A következő fázisban a nyomtatott áramkör tervezése következik. A tervezést napjainkban számítógépes programok segítségével végezzük. A programba berajzoljuk a kapcsolási rajzot, valamint megadjuk az egyes áramköri elemek paramétereit. Például egy integrált áramkör esetén, meg kell adni a lábak számát, a tokozás méretét és az integrált áramkör típusát. Ezek után a nyomtatott áramköri rajzot a számítógép elkészíti.
5. A gép segítségével létrehozott nyomtatott áramköri rajzot nyomtatóval fóliára nyomtatjuk.
6. A fólián lévő rajzot fotolitográfiai eljárással a panelra visszük.
7. Elkészítjük az alkatrész beültetéséhez szükséges furatokat a panelen.
8. Az elkészült panelt ellenőrzése. Meg kell nézni, hogy van-e a panelon hiba. Szükség esetén méréssel ellenőrizhetjük.

9. Az elkészült panelbe elkezdhetjük az alkatrészek beforrasztását.

Ügyelnünk kell arra, hogy a beültetés a tervnek megfelelően történjen.

Ellenkező esetben a rosszul bekötött elektronikai elemek a feszültségre kapcsoláskor tönkremehetnek.

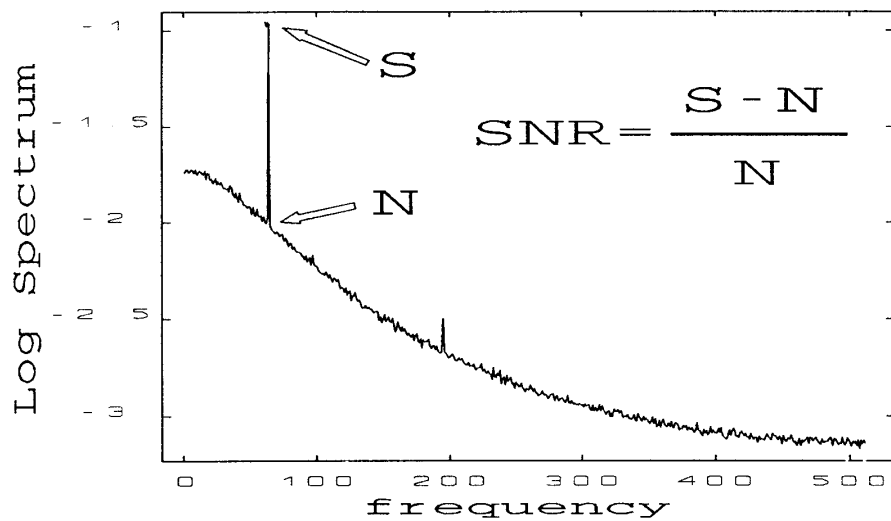
Az elkészült nyomtatott áramkört a számítógép által vezérelt egységbe csatlakoztatjuk, amely konverteren keresztül, egy külön ilyen célokra tervezett "kártyán" csatlakozik a számítógéphez. A panel, a működéséhez szükséges tápfeszültséget is a számítógéptől kapja. A kapcsolási rajzon található J2 és J3 pontokra csatlakoztatható, a periodikus jel és a zaj. A két bemenet egy-egy ellenálláson át jut az AD 845 típusú műveleti erősítőbe, amely összegzőként működik az előállított jellel együtt. Az összegző után egy ugyanilyen típusú AD 845-ös műveleti erősítőbe kerül a jel, azonban ez a műveleti erősítő most, mint integrátor vesz részt az áramkör működésében. Az így létrehozott jel kerül egyrészt a rendszer kimenetére, az összegző bemenetére, valamint az AD 734 AN típusú szorzó bemenetére. A szorzó kimenetén megjelenő jelet ismét bekötjük egy AD 734 AN típusú szorzóba, majd az így létrejött jelet kötjük az összegzőbe. A rendszer kimenetén megjelenő jelet kötjük a null-komparátorra amely csak akkor mutat jelváltozást a kimenetén, ha a rendszer az egyik potenciálgödörből a másikba ugrik. A kimeneten négyszögjel látható ha a rendszer ugrál a két potenciálgátban.

7.3 Mérés menete

A mérések során a sztochasztikus rezonanciát megvalósító analóg számítógép kimenő jelének a spektrumát mértem. Ezekből a mérési adatokból számítható a jel/zaj viszony. A mérést három különböző frekvenciájú

periodikus jel esetén végeztem el. Minden mérési frekvencián, 10 különböző zajértéken, 100 mérést összegezve határoztam meg a jel/zaj viszony értékét. A jel/zaj viszony kiszámítása a következő összefüggéssel lehetséges:

$$SNR = \frac{S - N}{N}$$



13.ábra

A mérés alapvető lépéseit a következőképpen foglalhatjuk össze:

1. A sztochasztikus rezonanciát modellező áramkör bemenetére éppen akkora periodikus jelet kell kapcsolni, hogy a rendszer ne billenjen át a másik potenciálgödörbe. (A potenciálgödrök szimmetriáját, a jel

offset feszültségének változtatásával lehet beállítani.) Zajgenerátor potenciométerének 0 állása mellett nem érkezik zaj a rendszer bemenetére.

2. A rendszert elkezdjük a zaj növelésével gerjeszteni. Ez a potenciométer állításával érhető el. A mérést a 10 k Ω -os potenciométer 10 különböző értékénél mértem. 1 k Ω -tól kezdve egyenletes léptékek mellett.
3. A beállított zajértéknél vizsgálom a rendszer kimeneti jelének spektrumát, a frekvencia logaritmusának függvényében.
4. A jel/ zaj viszony megállapításához, szükség van a zaj spektrumának a mérésére is mind a tíz zajamplitúdó esetére. A zaj spektrumát ugyanúgy 100 mérés átlagát képezve határozzuk meg.
5. A jel/ zaj viszony mérésénél, a zaj értékének a meghatározásához szükség van a zajérték kiszámítására minden a 10 mérési pontban.

7.4 Mérés eredmények

1. mérés:

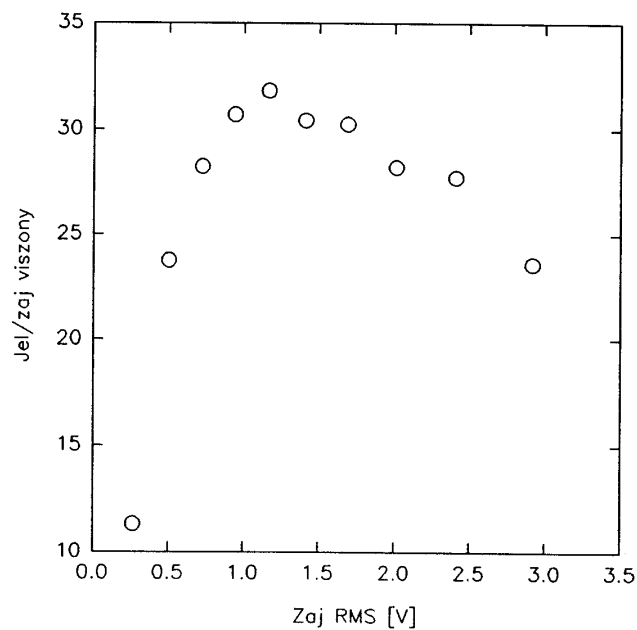
A mérést a következő paraméterek mellett kezdjük:

A bemenő periodikus jel frekvenciája: $f=152.6$ Hz

Az amplitúdója $U_{p-p}=1.72$ V

Az offset feszültség $U_{offs}=-703$ mV

R [k Ω]	ZAJ RMS [V]	OUT		SNR
		S [V ² /Hz]	N [V/Hz]	
1.	0,268	0,825	0,0670	11,31
2.	0,503	1,837	0,0742	23,76
3.	0,723	1,93	0,066	28,24
4.	0,941	2,297	0,07	30,7
5.	1,17	2,33	0,071	31,82
6.	1,41	2,194	0,0698	30,43
7.	1,69	2,244	0,072	30,25
8.	2,01	2,337	0,08	28,21
9.	2,41	2,441	0,085	27,72
10.	2,92	2,331	0,095	23,59



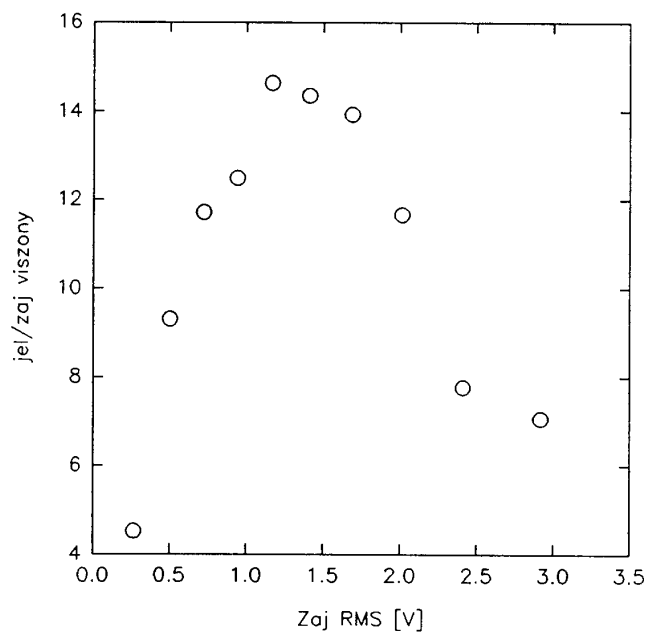
2. Mérés

A bemenő periodikus jel frekvenciája: $f=76.3$ Hz

Az amplitúdója $U_{p-p}=820$ mV

Az offset feszültség $U_{\text{offs}}=-469$ mV

R[k Ω]	ZAJ	OUT		SNR
		S	N	
1.	0,268	0,311	0,146	4,52
2.	0,503	1,853	0,360	9,31
3.	0,723	2,961	0,396	11,73
4.	0,941	4,041	0,408	12,49
5.	1,17	4,66	0,39	14,64
6.	1,41	5,399	0,235	14,35
7.	1,69	5,424	0,401	13,93
8.	2,01	5,716	0,410	11,66
9.	2,41	4,852	0,446	7,77
10.	2,92	4,339	0,448	7,07



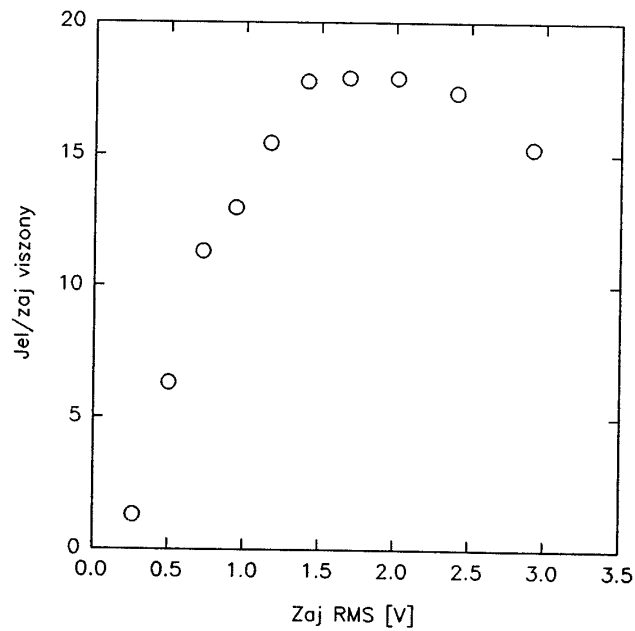
3. Mérés

A bemenő periodikus jel frekvenciája: $f=38.15$ Hz

Az amplitúdója $U_{p-p}=664.1$ mV

Az offset feszültség $U_{offs}=-469$ mV

R[k Ω]	ZAJ	OUT		SNR
		P _S	P _N	
1.	0,268	0,1286	0,0560	1,3
2.	0,503	0,9238	0,1262	6,32
3.	0,723	1,750	0,142	11,32
4.	0,941	2,290	0,164	12,96
5.	1,17	2,844	0,173	15,44
6.	1,41	3,1	0,165	17,79
7.	1,69	3,303	0,167	17,92
8.	2,01	3,689	0,195	17,91
9.	2,41	3,8	0,207	17,36
10.	2,92	3,408	0,210	15,23



8. ÖSSZEFOGLALÁS

A szakdolgozatom témájaként a mai fizika egyik új, egyre intenzívebben vizsgált témáját, a sztochasztikus rezonanciát választottam. A sztochasztikus rezonancia számos gyakorlati alkalmazása lehetséges fizikai, biológiai rendszerek leírásában, illetve az információátvitel területén. A jelenség egyik legismertebb modellje a szimmetrikus kettős potenciál gödör. Ennek a modellnek az analóg számítógéppel történő megvalósítását illetve mérését végeztem el.

Az analóg számítógép megépítéséhez a szimmetrikus kettős potenciálgödört leíró differenciálegyenletet használtam. A sztochasztikus rezonanciát megvalósító áramkör blokkvázlata alapján készítettem el a nyomtatott áramkört. A sztochasztikus rezonancia vizsgálatához szükséges fehérzajgenerátort is megépítettem. A zajgenerátorban zajforrásaként egy tranzisztor bázis-emitterének fordított irányú előfeszítése szolgált, amelyet műveleti erősítők segítségével erősítettünk fel.

A sztochasztikus rezonanciát megvalósító áramkör bemenetére kapcsolt zaj, illetve periodikus jel mellett vizsgáltam a rendszer működését, 3 különböző frekvencián és minden esetben 10 különböző zajszint mellett. A táblázatba foglalt mérési eredmények alapján elkészített grafikonokon jól látható a sztochasztikus rezonancia jelensége. A rendszer egy adott zajszint mellett éri el az optimális működését.

Az így létrehozott rendszerrel lehetőség nyílik további kutatások elvégzésére. A kutatások tárgyát képezheti más zajtípusokkal, különböző periodikus, sőt aperiodikus jelekkel végzett mérésekre.

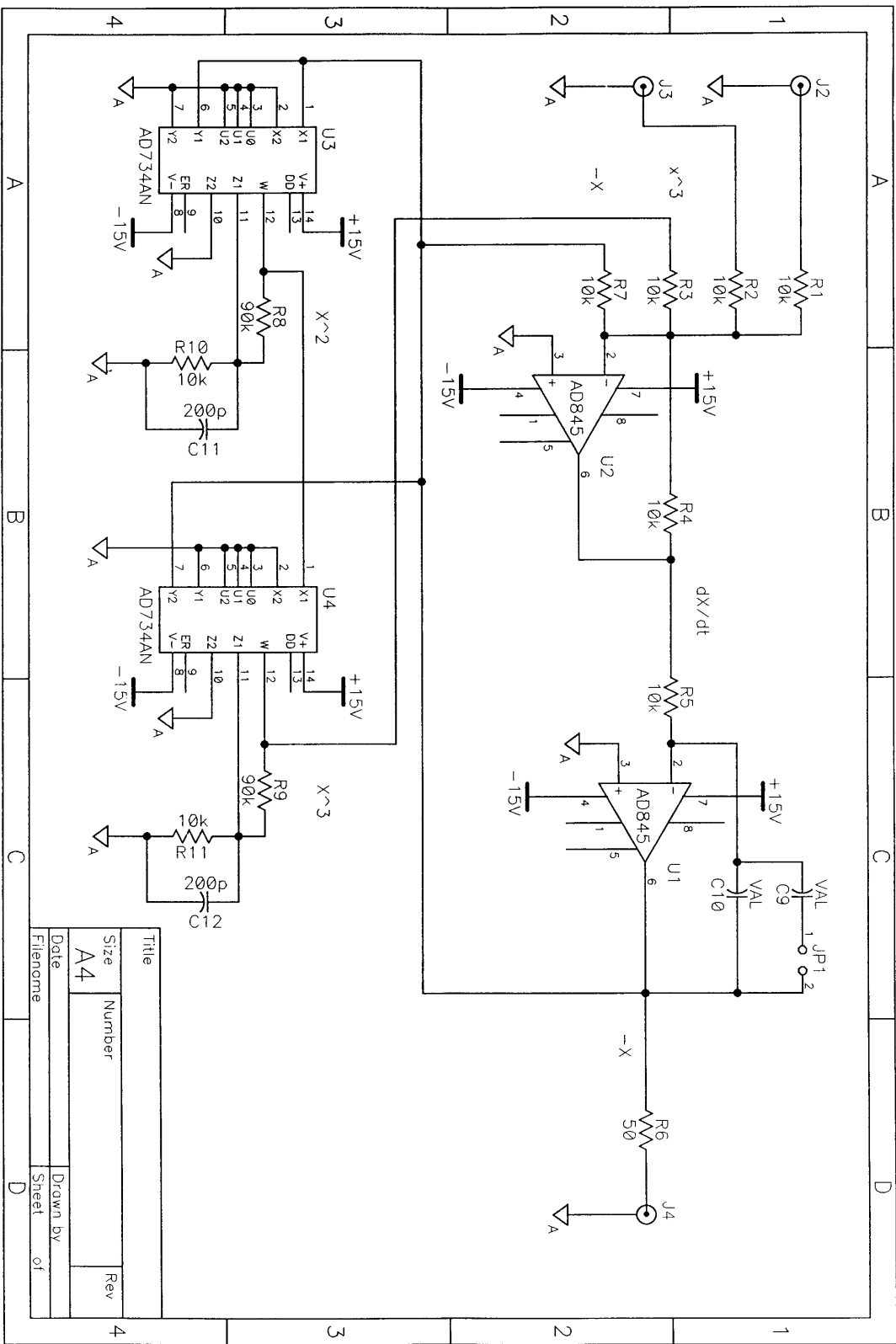
9. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] L. Gammitoni, P. Hanggi, P. Jung, F. Marchesoni: Stochastic resonance
- [2] F. Moss: Stochastic Resonance: From the Ice Ages to the Monkey,s Ear
SIAM, Philadelphia, 1992
- [3] Gingl Z.: Doktori értekezés Szeged, 1992
- [4] Schnell: Jelek és rendszerek mérés technikája
- [5] Rényi A: Valószínűség számítás
- [6] Ambrózy A.: Elektronikus Zajok, Műszaki kiadó, Budapest, 1972
- [7] U. Tietze, Ch. Schenk: Analóg és digitális áramkörök, Műszaki
könyvkiadó, 1990
- [8] Herpy M: Analóg integrált áramkörök Műszaki könyvkiadó,
Budapest, 1974
- [9] L. Borucki, J. Dittman: Bevezetés a digitális mérés technikába
- [10] Hainzmann J., Varga S., Zoltai J.: Elektronikus Áramkörök Nemzeti
Tankönyvkiadó, Budapest, 1992
- [11] III. éves fizikai laboratóriumi gyakorlatok, Szerkesztette
Mihajlovics Lehel, JATEPress, 1995
- [12] Török M.: Elektronika I. Hálózatok, JATEPress, 1995
- [13] Molnár F., Zsom Gy.: Elektronikus áramkörök, KKMFBudapest,
1992

10. FÜGGELÉK

[1.] A sztochasztikus rezonanciát modellező rendszer kapcsolási rajza

[2.] Nyomtatott áramköri rajz, beültetési terv

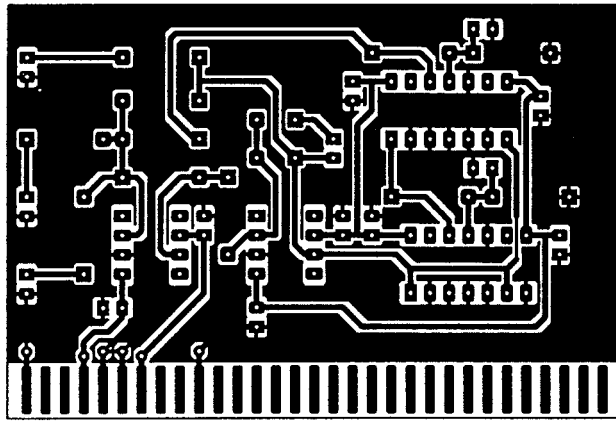


Title	
Size	Number
A4	
Date	Rev
Filename	Drawn by
	Sheet of

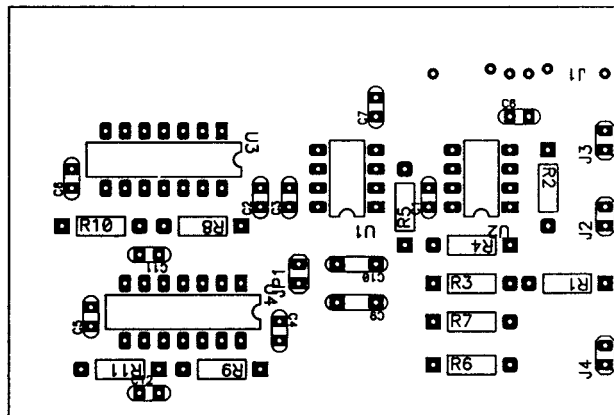
A B C D

1 2 3 4

1 2 3 4



Nyomatott áramköri terv



Beültetési terv

11. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ez a szakdolgozat a József Attila Tudományegyetem
Természettudományi Karának Kísérleti Fizikai Tanszékén készült.

Köszönetemet fejezem ki témavezetőmnek, Dr. Gingl Zoltánnak a
szakdolgozat témájának kijelöléséért, és az elkészítés során felmerült
problémák megoldásában nyújtott segítségéért,

a Kísérleti Fizikai Tanszék vezetésének, hogy lehetővé tette
számomra munkámnak a tanszéken való elvégzését